

Inhaltsverzeichnis

1	Zur Einführung	1
1.1	Aus der Mengenlehre	2
1.2	Der n -dimensionale Raum	6
1.3	Vektoraddition; skalares Vielfaches eines Vektors	8
1.4	Geraden	9
1.5	Die Geradengleichung in der Ebene	11
1.6	Das innere Produkt in der Ebene	15
1.7	Abstand Punkt – Gerade	19
1.8	Das innere Produkt im Raume	21
1.9	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren im \mathbb{R}^n	25
1.10	Das äußere Produkt im Raume	27
1.11	Ebenen im Raume; Abstand Punkt – Ebene	31
1.12	Abbildungen	35
2	Gruppen, Körper, lineare Räume	45
2.1	Gruppen	46
2.2	Körper	52
2.3	Lineare Räume oder Vektorräume	61
2.4	Das Erzeugnis	66
2.5	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	68
2.6	Basen in endlichdimensionalen Räumen	72
3	Lineare Abbildungen	79
3.1	Definition und Beispiele	80
3.2	Lineare Abbildungen und Matrizen	82
3.3	Zusammensetzung linearer Abbildungen	87
3.4	Das Gauß'sche Eliminationsverfahren	96
3.5	Invertierung linearer Abbildungen	119
3.6	Weiteres zum Eliminationsverfahren	123
3.7	Anwendung: Zur Wärmeleitungsgleichung	128
4	Geometrie linearer Abbildungen	135
4.1	Der Nullraum oder Kern	136
4.2	Das Bild	137
4.3	Basiswechsel	138
4.4	Der Rang einer linearen Abbildung	141
4.5	Direkte Summen; Quotientenräume	147

5	Lineare Abbildungen – Determinanten	159
5.1	Determinanten kleiner Matrizen	160
5.2	Permutationen	164
5.3	Determinanten – Vorbereitung	168
5.4	Grundeigenschaften von Determinanten	171
5.5	Algorithmisches	176
6	Eigenwerte und Eigenvektoren	185
6.1	Von den Polynomen	186
6.2	Eigenwerte und Eigenvektoren: Grundeigenschaften	192
6.3	Das charakteristische Polynom	194
6.4	Eigenräume	198
7	Innere Produkte und Normen	203
7.1	Inneres Produkt – reeller Fall	204
7.2	Inneres Produkt – komplexer Fall	208
7.3	Normierte Räume	210
7.4	Orthogonalisierung von Vektoren	213
7.5	Orthogonale Basen und andere	218
7.6	Adjunktion, Transposition und Hermite'sche Konjugation	221
7.7	Beste Approximation durch Teilräume	227
7.8	Ausgleichsprobleme	230
8	Adjungierte Transformation und selbstadjungierte Abbildungen	237
8.1	Die adjungierte Transformation	238
8.2	Normale Abbildungen	240
8.3	Selbstadjungierte Abbildungen	245
8.4	Orthogonale und unitäre Abbildungen	249
8.5	Bilinearformen und Sesquilinearformen	256
8.6	Synopsis: Gruppen linearer Abbildungen	263
8.7	Klassifikation der Kurven und Flächen zweiter Ordnung	267
8.8	Komplexe Exponentialfunktion und Fourierreihen	272
8.9	Die diskrete Fouriertransformation	277
8.10	Anwendungen der Fouriertransformation	284
9	Normalformen von Matrizen	291
9.1	Die Jordan'sche Normalform	292
9.2	Anwendung: Gewöhnliche Differentialgleichungen	299
9.3	Die Singulärwertzerlegung	306
10	Lineare Algebra und partielle Differentialgleichungen	321
10.1	Methode der Finiten Elemente	322
10.2	Die Wärmeleitungsgleichung: Symmetrie und Variationsprinzip	324
10.3	Die Ritz-Galerkin'sche Methode	332
10.4	Implementierung des Ritz-Galerkin'schen Verfahrens	334
10.5	Die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse	337

11 Numerische Lineare Algebra	347
11.1 Householder-Matrizen und die QR -Zerlegung	349
11.2 Normen: Querverbindungen zur Analysis	356
11.3 Matrixnormen	361
11.4 Kondition von Gleichungssystemen	366
11.5 Iterative Lösung von Gleichungen: Das Prinzip	368
11.6 Die Verfahren von Jacobi und Gauß-Seidel	375
11.7 Das Mehrgitterverfahren	379
11.8 Das Verfahren der konjugierten Gradienten	383
11.9 Eigenwerte: Die Potenzmethode	393
11.10 Hessenbergmatrizen	396
11.11 Eigenwerte reeller symmetrischer Matrizen	399
12 Lineare Optimierung	403
12.1 Die Problemstellung	404
12.2 Konvexe Polyeder	411
12.3 Die Simplexmethode	421
Index	427