

Inhaltsverzeichnis

0	Wiederholung Elementarmathematik	9
0.1	Polynomdivision (Partialdivision)	9
0.2	Potenzen	9
0.3	Wurzeln	10
0.4	Logarithmen	11
0.5	Quadratische und biquadratische Gleichungen	12
0.6	Wurzelgleichungen	13
0.7	Goniometrische Gleichungen	14
1	Einführende Grundlagen	16
1.1	Notwendige und hinreichende Bedingungen, Beweismethoden	16
1.2	Mengen, Abbildungen, Funktionen	18
1.3	Reelle Zahlen	20
1.3.1	Darstellung reeller Zahlen	20
1.3.2	Beträge und Ungleichungen	22
1.3.3	Fakultät, Binomialkoeffizient, binomischer Lehrsatz	24
1.4	Kombinatorik	26
2	Komplexe Zahlen	29
2.1	Darstellungsformen, Rechnen mit komplexen Zahlen	29
2.2	Horner-Schema, Vietascher Wurzelsatz	31
3	Vektorrechnung, Analytische Geometrie	34
3.1	Darstellung von und Rechnen mit Vektoren im \mathbb{R}^3	34
3.2	Skalarprodukt, Vektorprodukt, Spatprodukt	37
3.3	Geradengleichung	40
3.4	Ebenengleichung	42
4	Lineare Algebra	47
4.1	Determinanten	47
4.2	Matrizen	49
4.3	n -dimensionaler reeller Vektorraum	52
4.4	Rang von Matrizen, <i>Gaußscher</i> Algorithmus	54
4.5	Lineare Gleichungssysteme	57
4.5.1	Die <i>Cramersche</i> Regel	57
4.5.2	Das (allgemeine) lineare Gleichungssystem (LGS)	58
4.6	Inverse Matrix (Austauschverfahren)	61
4.7	Lineare Transformationen	64
4.7.1	Affine und orthogonale Transformationen	64

4.7.2	Eigenwerte, Eigenvektoren	66
4.7.3	Hauptachsentransformation für Kurven und Flächen 2. Ordnung	68
5	Zahlenfolgen und Zahlenreihen	72
6	Differentialrechnung für reelle Funktionen einer Veränderlichen	78
6.1	Darstellung und Eigenschaften von Funktionen	78
6.2	Grenzwert einer Funktion	81
6.3	Stetigkeit einer Funktion	83
6.4	Ableitung und Differential einer Funktion	84
7	Mittelwertsätze der Differentialrechnung und Taylor-Formel	91
7.1	Mittelwertsätze	91
7.2	Grenzwertsätze von Bernoulli-l'Hospital	92
7.3	Taylor-Formel	93
7.4	Relative Extrema, Kurvendiskussion	95
7.5	Newtonsches Verfahren	101
8	Integralrechnung für reelle Funktionen einer Veränderlichen	102
8.1	Unbestimmtes Integral	102
8.1.1	Grundintegrale, Integrationsregeln	102
8.1.2	Integration rationaler Funktionen	107
8.1.3	Integration weiterer Funktionenklassen	110
8.1.4	Vermischte Aufgaben zur Integration	111
8.2	Das Riemannsches Integral	113
8.3	Uneigentliche Integrale	116
8.4	Trapezformel, Simpsonsche Regel	119
8.4.1	Trapezformel	119
8.4.2	Simpsonsche Regel	119
9	Elemente der Differential- und Integralgeometrie	121
9.1	Kurvendarstellungen	121
9.2	Tangente, Krümmung ebener Kurven, Normalebene	123
9.3	Inhalt ebener Flächen	129
9.4	Bogenlänge eines Kurvenstückes, Krümmung von Raumkurven	131
9.5	Volumen, Mantelfläche von Rotationskörpern	137
9.6	Aufgaben aus der Physik	140
10	Funktionenreihen	142
10.1	Grundbegriffe	142
10.2	Potenzreihen und Taylor-Reihen	144
10.3	Fourier-Reihen	148

11 Differentialrechnung für reelle Funktionen mehrerer Veränderlicher	151
11.1 Niveaulinien, -flächen, -hyperflächen	151
11.2 Grenzwert, Stetigkeit	152
11.3 Partielle Ableitung, Gradient, Richtungsableitung	154
11.4 Zerlegungssatz, totales Differential	157
11.5 Fehlerrechnung	159
11.6 Tangentialebene, Flächennormale	161
11.7 Kettenregel	162
11.8 Taylor-Formel	165
11.9 Lokale Extrema	166
11.10 Extrema bei Nebenbedingungen in Gleichungsform	168
12 Bereichs- und Mehrfachintegrale	171
12.1 Integrale über ebene Bereiche (Flächenintegrale)	171
12.2 Integrale über räumliche Bereiche (Raumintegrale)	174
12.3 Substitution	176
13 Gewöhnliche Differentialgleichungen	181
13.1 Begriff der Differentialgleichung	181
13.2 Differentialgleichungen 1. Ordnung	182
13.2.1 Differentialgleichungen mit getrennten Veränderlichen	182
13.2.2 Durch Substitution lösbare Differentialgleichungen	185
13.2.3 Lineare Differentialgleichungen (Variation der Konstanten)	187
13.2.4 Bernoullische Differentialgleichungen	189
13.2.5 Exakte Differentialgleichungen, integrierender Faktor	189
13.3 Differentialgleichungen höherer Ordnung	191
13.3.1 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	191
13.3.2 Eulersche Differentialgleichungen	196
13.4 Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	197
13.5 Näherungsmethoden	199
13.5.1 Potenzreihenansatz	199
13.5.2 Runge-Kutta-Verfahren	199
14 Vektoranalysis	202
14.1 Felder, Differentialoperatoren	202
14.2 Kurvenintegrale	205
14.3 Oberflächenintegrale	211
14.4 Integralsätze	214
Lösungen	219