

Inhaltsverzeichnis

1.	<i>Analytische Geometrie der Ebene</i>	11
1.1.	Punktkoordinaten auf der Geraden und in der Ebene. Der Abstand zweier Punkte	11
1.2.	Teilung einer Strecke im gegebenen Verhältnis. Flächeninhalt eines Dreiecks, Flächeninhalt von Vielecken	12
1.3.	Gleichung einer Kurve	14
1.4.	Gleichung der Geraden: 1. in Normalform, 2. in allgemeiner Form, 3. in Achsenabschnittsform.....	16
1.5.	Winkel zwischen zwei Geraden. Gleichung des Büschels aller Geraden, die durch einen gegebenen Punkt gehen. Gleichung der Geraden, die durch zwei gegebene Punkte geht (Zweipunktgleichung). Schnittpunkt zweier Geraden	18
1.6.	Die (<i>Hessesche</i>) Normalform der Geradengleichung. Abstand eines Punktes von einer Geraden. Gleichungen der Winkelhalbierenden. Gleichung eines Büschels von Geraden, die durch den Schnittpunkt zweier gegebener Geraden gehen .	20
1.7.	Vermischte Aufgaben zur Geometrie der Geraden	22
1.8.	Kreis.....	24
1.9.	Ellipse	25
1.10.	Hyperbel	28
1.11.	Parabel	30
1.12.	Leitlinien, Durchmesser und Tangenten von Kurven 2. Ordnung ...	32

1.13. Transformation cartesischer Koordinaten. Die Parabeln $y = ax^2 + bx + c$ und $x = ay^2 + by + c$. Die Hyperbel $x \cdot y = k$	36
1.14. Vermischte Aufgaben zu Kurven 2. Ordnung	39
1.15. Allgemeine Gleichung einer Kurve 2. Ordnung	41
1.16. Polarkoordinaten	44
1.17. Algebraische Kurven 3. und höherer Ordnung	47
1.18. Transzendente Kurven	48
2. <i>Vektoralgebra</i>	50
2.1. Addition von Vektoren. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	50
2.2. Rechtwinklige Koordinaten eines Punktes und eines Vektors im Raum	53
2.3. Skalarprodukt zweier Vektoren ..	55
2.4. Vektorprodukt zweier Vektoren ..	57
2.5. Gemischtes Produkt dreier Vektoren (Spatprodukt).....	59
3. <i>Analytische Geometrie des Raumes</i>	61
3.1. Gleichung einer Ebene	61
3.2. Grundlegende Aufgaben zur Ebene	62
3.3. Gleichungen der Geraden	64
3.4. Gerade und Ebene	67
3.5. Sphärische und zylindrische Flächen	69
3.6. Konische Flächen und Rotationsflächen	71
3.7. Ellipsoid, Hyperboloide, Paraboloid	72

4.	<i>Höhere Algebra</i>	76
4.1.	Determinanten	76
4.2.	Lineare Gleichungssysteme	78
4.3.	Komplexe Zahlen	81
4.4.	Gleichungen höheren Grades. Näherungsweise Lösung einer Gleichung	84
5.	<i>Einführung in die Analysis</i>	87
5.1.	Veränderliche Größen und Funktionen	87
5.2.	Zahlenfolgen. Grenzwert einer Veränderlichen. Grenzwert einer Funktion	89
5.3.	Grenzwerteigenschaften. Bestim- mung einfacher „unbestimmter Aus- drücke“ der Form $\frac{0}{0}$ und $\frac{\infty}{\infty}$	93
5.4.	$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$	95
5.5.	„Unbestimmte Ausdrücke“ der Form „ $\infty - \infty$ “ und „ $0 \cdot \infty$ “	96
5.6.	Vermischte Beispiele zur Berech- nung von Grenzwerten	96
5.7.	Ordnung kleiner – gegen Null strebender Größen	97
5.8.	Stetigkeit einer Funktion	98
5.9.	Asymptoten	101
5.10.	Die Zahl e	102
6.	<i>Ableitung und Differential</i>	104
6.1.	Ableitung algebraischer und trigo- nometrischer Funktionen	104
6.2.	Ableitung der Funktion einer Funktion	106
6.3.	Tangente und Normale einer ebenen Kurve	107
6.4.	Fälle der Nichtdifferenzierbarkeit stetiger Funktionen	108
6.5.	Ableitung der Logarithmus- und Exponentialfunktion	110

6.6.	Ableitung der Arkusfunktion	111
6.7.	Ableitung der Hyperbelfunktionen	112
6.8.	Vermischte Beispiele und Aufgaben zur Differentiation	113
6.9.	Ableitungen höherer Ordnung	114
6.10.	Ableitung impliziter Funktionen . .	115
6.11.	Differential einer Funktion	117
6.12.	Parameterdarstellung einer Kurven- gleichung	118
7.	<i>Anwendungen der Ableitung einer Funktion</i>	120
7.1.	Geschwindigkeit und Beschleuni- gung	120
7.2.	Hauptsätze der Differential- rechnung	121
7.3.	Bestimmung unbestimmter Aus- drücke; l'Hospital'sche Regel	124
7.4.	Steigen und Fallen einer Funktion. Maximum und Minimum	125
7.5.	Extremwertaufgaben	129
7.6.	Konvexität und Konkavität. Wendepunkte einer Kurve. Kurvendiskussion	131
8.	<i>Unbestimmtes Integral</i>	133
8.1.	Unbestimmtes Integral. Integral einer Summe	133
8.2.	Integration durch Substitution . . .	134
8.3.	Integrale von der Form $\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}}$ mit Angabe geeigneter Sub- stitutionen	136
8.4.	Partielle Integration	137
8.5.	Integration trigonometrischer Funktionen	138
8.6.	Integration rationaler algebraischer Funktionen	140

8.7.	Integration einiger irrationaler algebraischer Funktionen	141
8.8.	Integration einiger transzendenter Funktionen	144
8.9.	Integration der Hyperbelfunktionen. Substitution durch Hyperbelfunktionen	145
8.10.	Vermischte Beispiele zur Integration	146
9.	<i>Bestimmtes Integral</i>	148
9.1.	Berechnung des bestimmten Integrals	148
9.2.	Flächenberechnung	150
9.3.	Volumen eines Rotationskörpers .	152
9.4.	Bogenlänge eines ebenen Kurvenstücks	153
9.5.	Oberfläche eines Rotationskörpers	155
9.6.	Aufgaben aus der Physik	155
9.7.	Uneigentliche Integrale	158
9.8.	Mittelwert einer Funktion	160
9.9.	Die (Sehnen-) Trapezformel und die <i>Simpsonsche</i> Regel	160
10.	<i>Krümmung ebener und räumlicher Kurven</i>	163
10.1.	Krümmung einer ebenen Kurve. Krümmungsmittelpunkt und Krümmungsradius. Evolute	163
10.2.	Bogenlänge einer Raumkurve	164
10.3.	Ableitung einer Vektorfunktion nach einem Skalar und ihre mechanische und geometrische Bedeutung. Begleitendes Dreibein einer Kurve	165
10.4.	Krümmung und Windung einer Raumkurve	167
11.	<i>Partielle Ableitungen, vollständige Differentiale und deren Anwendung</i>	169
11.1.	Funktionen zweier Veränderlicher und ihre geometrische Darstellung	169
11.2.	Partielle Ableitungen 1. Ordnung .	171

11.3.	Vollständiges Differential	
	1. Ordnung	172
11.4.	Ableitungen mittelbarer Funktionen	174
11.5.	Ableitungen impliziter Funktionen	175
11.6.	Partielle Ableitungen und vollständige Differentiale höherer Ordnung	176
11.7.	Integration vollständiger Differentiale	179
11.8.	Singuläre Punkte einer ebenen Kurve	180
11.9.	Envelope einer ebenen Kurvenschar	181
11.10.	Tangentialfläche und Flächennormale	182
11.11.	Skalares Feld. Niveaulinien und Niveauflächen. Ableitung nach einer gegebenen Richtung. Gradient ...	184
11.12.	Extremum einer Funktion zweier Veränderlicher	185
12.	<i>Differentialgleichungen</i>	187
12.1.	Begriff der Differentialgleichung ..	187
12.2.	Integration der Differentialgleichungen 1. Ordnung durch Trennung der Veränderlichen. Orthogonale Trajektorien	188
12.3.	Differentialgleichungen 1. Ordnung 1. homogene, 2. lineare, 3. <i>Bernoullische</i>	191
12.4.	Differentialgleichungen, die Differentiale eines Produkts oder Quotienten enthalten	192
12.5.	Differentialgleichungen 1. Ordnung, die ein vollständiges Differential enthalten. Integrierender Faktor ..	193
12.6.	Differentialgleichungen 1. Ordnung, die nicht nach y' aufgelöst sind. Gleichungen von <i>Lagrange</i> und <i>Clairaut</i>	194

12.7.	Differentialgleichungen höherer Ordnung, die sich auf Gleichungen niedrigerer Ordnung zurückführen lassen	196
12.8.	Lineare homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.....	197
12.9.	Lineare inhomogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	198
12.10.	Beispiele von Differentialgleichungen verschiedener Typen.....	200
12.11.	Lineare <i>Eulersche</i> Differentialgleichung	201
12.12.	Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	201
12.13.	Lineare (partielle) Differentialgleichungen 2. Ordnung (Methode der Charakteristiken)	202
13.	<i>Doppel-, Dreifach- und Kurvenintegrale</i>	204
13.1.	Flächenberechnung mit Hilfe des Doppelintegrals	204
13.2.	Schwerpunkt und Trägheitsmoment einer Fläche bei homo-	

gener Massenverteilung (Dichte $\rho = 1$)	205
13.3. Berechnung des Rauminhalts mit Hilfe des Doppelintegrals	206
13.4. Inhalt gekrümmter Flächen	208
13.5. Dreifachintegral und seine Anwen- dung	208
13.6. Kurvenintegral. Greenscher Inte- gralsatz	210
13.7. Oberflächenintegrale. Integralsätze von <i>Gauß-Ostrogradski</i> und <i>Stokes</i>	213
14. <i>Reihen</i>	216
14.1. Zahlenreihen	216
14.2. Gleichmäßige Konvergenz einer Funktionenreihe	218
14.3. Potenzreihen	220
14.4. <i>Taylor- und MacLaurin-Reihen</i> ...	221
14.5. Anwendung von Reihen bei Nähe- rungsberechnungen	223
14.6. <i>Taylor-Reihe</i> einer Funktion zweier Veränderlicher	225
14.7. <i>Fourier-Reihe. Fouriersches Integral</i>	226
<i>Lösungen</i>	230
<i>Anhang</i> (Kurven, Tabellen)	305