

Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Mathematik und Modellierung	1
1.1.1	Hilfsmittel zum Modellieren	3
1.1.2	Computereinsatz	4
1.2	Organisation des Buchinhalts	5
I	Mechanische Systeme	7
2	Skalen, Approximationen und Lösungen	9
2.1	Skalierung und Dimensionsanalyse	9
2.1.1	Die Fahnenstange	10
2.1.2	Die Skalierung des Problems der Fahnenstange	13
2.2	Approximationen	17
2.2.1	Die Lösung für große J	18
2.2.2	Die Lösung für kleine J ?	20
2.3	Die exakte Lösung	20
2.3.1	Die Lösung für kleine J	23
2.4	Dimensionsanalyse	24
2.5	Zusammenfassung	26
2.6	Aufgaben	26
3	Eine Tischgeschichte	37
3.1	Die Situation	37
3.1.1	Einführende Bemerkungen	38
3.2	Hintergrundwissen	40
3.3	Das einfachste Modell	42
3.3.1	Die Lösung	45
3.3.2	Interpretation der Lösung	47
3.4	Zusammenfassung	49
3.5	Aufgaben	50

4	Ankern	57
4.1	Die Situation	57
4.1.1	Einführende Bemerkungen	57
4.2	Hintergrundwissen	59
4.3	Variationsrechnung	61
4.3.1	Das Archetypproblem	61
4.3.2	Verallgemeinerungen	66
4.4	Variationsprinzipien in der Dynamik	70
4.4.1	Das Hamiltonsche Prinzip	73
4.4.2	Statische stetige Zustände	79
4.4.3	Das hängende Kabel	80
4.5	Eine billigere Verankerung	88
4.5.1	Ein Modell	88
4.5.2	Das Modell	91
4.6	** Die Dynamik des verankerten Schiffes	95
4.7	Zusammenfassung	99
4.8	Aufgaben	100
5	Noch einmal die Tischgeschichte	111
5.1	Einführung	111
5.2	Energiemethoden	112
5.3	Der unterstützte Stab	116
5.3.1	Der Stab	117
5.3.2	Anpassung von Stab und Stützen	121
5.4	Der Tisch	123
5.4.1	Lösungen für die Platte	124
5.4.2	Anpassung	127
5.5	Zusammenfassung	129
5.6	Aufgaben	130
5.7	Anhang: Die Lösung für den sechsbeinigen Tisch	131
II	Diffusion	135
6	Einführung	137
6.1	Motivation	137
6.2	Hintergrundwissen	140
6.2.1	Die experimentelle Basis für die Untersuchungen des Wärmetransports	140
6.2.2	Mathematische Grundlagen	144
6.3	Die Wärmeleitungsgleichung	144
6.3.1	Einige elementare Beobachtungen	145
6.3.2	Einfache Lösungen der Wärmeleitungsgleichung	147
6.4	Mathematische Fragestellungen	150
6.4.1	Eindeutigkeitstheoreme für die Lösungen der Wärmeleitungsgleichung	151

6.4.2	Das Maximumprinzip	153
6.5	Zusammenfassung	155
6.6	Aufgaben	155
7	Oberflächenerwärmung	165
7.1	Einführung	165
7.2	Mathematischer Hintergrund	166
7.3	Lösung für die ebene Quelle	167
7.3.1	Dimensionsanalyse	169
7.3.2	Invariante Transformationen	170
7.3.3	Die Ähnlichkeitslösung	171
7.4	Lösungskonstruktionen	177
7.5	Andere fundamentale Lösungen	180
7.6	Randintegralmethoden	185
7.6.1	Verhalten für mittlere Zeiten	188
7.6.2	Das asymptotische Verhalten	191
7.6.3	Interpretation	192
7.6.4	Allgemeine Kommentare	192
7.6.5	Das Plattenproblem	193
7.7	Verallgemeinerte Funktionen	195
7.8	Zusammenfassung	198
7.9	Aufgaben	198
8	Fouriermethoden	219
8.1	Einführung	219
8.2	Vorbemerkungen	219
8.2.1	Sturm-Liouville-Theorie	222
8.2.2	Fourierreihen	223
8.3	Newtonsche Erwärmung einer Platte	226
8.4	Lösung für die Platte	231
8.5	Zusammenfassung	233
8.6	Aufgaben	234
9	Die Kunst des Kochens	241
9.1	Einführung	241
9.2	Steuerung der Oberflächentemperatur	242
9.3	Steuerung der Temperaturverteilung	246
9.4	Abhängigkeiten von Gestalt und Größe	248
9.4.1	Spezielle Formen	249
9.4.2	Allgemeine Formen: Motorblöcke	254
9.4.3	Die Finite-Elemente-Methode	258
9.5	Zusammenfassung	261
9.6	Aufgaben	262

10 Aspekte des Treibhauseffektes	269
10.1 Einführung	269
10.2 Zeitliche Fluktuationen	271
10.3 Räumliche Fluktuationen	274
10.4 Thermisches Gleichgewicht	276
10.5 Zusammenfassung	280
10.6 Aufgaben	280
11 Zur Herstellung von Stahlblechen	285
11.1 Einführung	285
11.2 Verfestigung des Stahls	287
11.2.1 Wärmeausbreitung in einem flachen, bewegten Medium	287
11.2.2 Erstarrung	288
11.2.3 Die Gleichungen	289
11.2.4 Die Ähnlichkeitslösung	292
11.2.5 * Effektive Dicke der Trommel	298
11.3 Die rotierende Trommel	301
11.4 Anpassung der Lösung	306
11.5 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	306
11.6 Anhang: Ein alternatives Kühlsystem	307
III Schwingungen und Wellen	309
Autos, Eisenbahnen und anderes	311
Einführung	311
12 Schwingungen	313
12.1 Gleichgewicht und Schwingungen	313
12.2 Der lineare Oszillator	315
12.2.1 Die erzwungene ungedämpfte lineare Schwingung	316
12.2.2 Der gedämpfte lineare Oszillator	318
12.3 Schwache nichtlineare Resonanz	320
12.3.1 Der ungedämpfte nichtlineare Oszillator	321
12.3.2 Der gedämpfte nichtlineare Oszillator	326
12.3.3 * Dissipative Modelle	330
12.4 Zusammenfassung	332
12.5 Aufgaben	332
13 Wellenschaukeln?	339
13.1 Einführung	339
13.2 Die Situation	340
13.3 Ein vereinfachtes mathematisches Modell	343
13.4 Resonanzverhalten	347
13.4.1 Einleitende Untersuchungen	348
13.4.2 Mittelung	350
13.4.3 Die Funktionen für Amplitude und Phase	354

13.5 Zusammenfassung	359
13.6 Aufgaben	359
13.7 Anhang	362
14 Verkehrsfluß	367
14.1 Einführung	367
14.1.1 Besonders interessante Situationen	367
14.2 Gleichmäßiger Verkehrsfluß	368
14.2.1 Variablen	368
14.2.2 Die Beziehung zwischen Fluß, Geschwindigkeit und Dichte	369
14.2.3 Die Beziehung zwischen Fluß und Dichte	370
14.2.4 Eine explizite Fluß-Dichte-Beziehung	372
14.3 Modellierung von Nichtgleichgewichtssituationen	375
14.3.1 Erhaltungssätze für Autos	376
14.3.2 Konstruktion der Lösung	378
14.3.3 Ein Verkehrsstau	388
14.4 Zusammenfassung	394
14.5 Aufgaben	394
IV Hinweise und Lösungen	407
Sachverzeichnis	423