

TABLE DES MATIÈRES

NOTE DU TRADUCTEUR	7
AVANT-PROPOS.	11
I. INTRODUCTION.	17
II. NOTIONS PRÉALABLES DE THÉORIE DES ENSEMBLES ET DES FONCTIONS.	25
1. Ensembles.	25
2. Fonctions.	29
3. Substitution.	32
4. Représentations partielles.	37
5. Fonctions de grande amplitude.	41
6. Fonctions caractéristiques.	42
7. Récursion primitive	45
8. Exemples de fonctions calculables.	47
III. NOTIONS PRÉALABLES DE LOGIQUE MATHÉMATIQUE.	49
1. Énoncés et formes d'énoncés.	49
2. Valeurs de vérité	55
3. Prédicats et opérations qui s'y rapportent.	58
4. Quantificateurs limités	68
5. Opérateur « le plus petit nombre ».	71
6. Opérateur limité « le plus petit nombre ».	72
7. Opérateur limité « le plus grand nombre ».	74
8. Opérateur limité « le nombre des..., tels que... »	74
9. Prédicats intuitivement calculables.	75
IV. FONCTIONS, ENSEMBLES, PRÉDICATS PRIMITIFS RÉCURSIFS.	79
1. Fonctions primitives récursives.	80
2. Ensembles primitifs récursifs	86
3. Prédicats primitifs récursifs.	92
4. Fonctions primitives récursives (fin).	98
5. Correspondance primitive récursive entre N et N^*	103
6. Énumération primitive récursive de l'ensemble N^{ω}	108
V. ENSEMBLES ET PRÉDICATS RÉCURSIVEMENT ÉNUMÉRABLES.	117
1. Ensembles récursivement énumérables.	117
2. Prédicats récursivement énumérables.	127
VI. FONCTIONS PARTIELLES RÉCURSIVES	131
1. Définition et Hypothèse Fondamentale.	132
2. Fonctions avec graphe récursivement énumérable.	136
3. Conséquences du théorème du graphe	143
VII. FONCTIONS, ENSEMBLES, PRÉDICATS GÉNÉRAUX RÉCURSIFS.	149
1. Fonctions et ensembles généraux récursifs.	149
2. Prédicats généraux récursifs.	154
3. Énumérations générales récursives.	155

VIII. FONCTION UNIVERSELLE POUR LES FONCTIONS PRIMITIVES RÉCURSIVES.	161
1. Appareil auxiliaire.	161
2. Fonction universelle.	170
3. Exemples importants.	199
IX. FONCTION UNIVERSELLE POUR LES FONCTIONS PARTIELLES RÉCURSIVES ET ENSEMBLE UNIVERSEL POUR LES ENSEMBLES RÉCURSIVEMENT ÉNUMÉRABLES.	209
1. Fonction universelle.	209
2. Exemples importants.	214
3. Ensemble universel. Paire universelle.	222
X. NOTIONS COMPLÉMENTAIRES SUR LES ENSEMBLES RÉCURSIVEMENT ÉNUMÉRABLES	233
1. Uniformisation	235
2. Séparabilité et inséparabilité	237
3. Ensembles simples.	242
XI. NUMÉROTAGES ET OPÉRATIONS	249
1. Numérotages et ensembles numérotés	249
2. Numérotages des systèmes $\mathcal{F}_a^{(a)}$ et $R^{(a)}$	252
3. Opérateurs constructifs.	270
XII. APPLICATION DE LA THÉORIE DES FONCTIONS CALCULABLES A L'ANALYSE MATHÉMATIQUE : SÉPARATION DES NOMBRES RÉELS CALCULABLES.	281
1. Nombres réels.	282
a) Théorie de Cantor	282
b) Théorie de Dedekind	283
c) Théorie segmentaire.	284
d) Théorie q -ale.	284
2. Fonctions calculables de nombres rationnels.	286
3. Nombres réels calculables	291
a) Nombres calculables au sens de Cantor	291
b) Nombres calculables au sens de Dedekind	293
c) Nombres calculables segmentairement.	295
d) Nombres calculables décimalement ; nombres calculables q -alement	298
e) Continu constructif.	300
4. Systèmes de notations des nombres réels calculables.	301
XIII. APPLICATION DE LA THÉORIE DES FONCTIONS CALCULABLES A LA LOGIQUE ; CONSTRUCTIVISATION DE DÉFINITIONS NÉGATIVES.	317
1. Infini constructif.	318
2. Innumérabilité constructive.	324
3. Inséparabilité constructive	329
XIV. APPLICATION DE LA THÉORIE DES FONCTIONS CALCULABLES AU CALCUL MATHÉMATIQUE : POSSIBILITÉS DE MACHINES A CALCULER ABSTRAITES	335
1. Machines du type I.	335
2. Machines du type II.	340
3. Machines à plusieurs rubans	348
4. Fonctions calculables par machines	355
5. Démonstration des théorèmes 3 et 4	392
BIBLIOGRAPHIE	399
INDEX TERMINOLOGIQUE	403
INDEX DES NOTATIONS.	409