

Inhaltsverzeichnis

	Seite
§ 1. Die Methode der Elimination der gebundenen Variablen mittels des HILBERTSchen ε -Symbols	1
1. Der Prozeß der symbolischen Auflösung von Existenzialformeln	1
2. Das HILBERTSche ε -Symbol und die ε -Formel	9
3. Beweis des ersten ε -Theorems	18
a) Vorbereitungen	18
b) Der HILBERTSche Ansatz	21
c) Arten der Zusammensetzung von ε -Symbolen; Grad und Rang von ε -Termen	23
d) Elimination der kritischen Formeln im allgemeinen Falle	27
e) Erweiterung des Ergebnisses	30
4. Nachweise von Widerspruchsfreiheit	33
a) Ein allgemeines Widerspruchsfreiheitstheorem	33
b) Anwendung auf die Geometrie	38
§ 2. Beweistheoretische Untersuchung der Zahlentheorie mittels der an das ε -Symbol sich knüpfenden Methoden	48
1. Anwendung des Wf.-Theorems auf die Zahlentheorie	48
2. Einbeziehung des allgemeinen Gleichheitsaxioms in das erste ε -Theorem	56
a) Vorbereitende Überlegungen; Grundtypus; Formeln der ε -Gleichheit	56
b) Gemeinsame Elimination der kritischen Formeln und der Formeln der ε -Gleichheit	65
c) Verschärfte Fassung des ersten ε -Theorems und des Wf.-Theorems	79
3. Hindernisse für die Einbeziehung des unbeschränkten Induktions- schemas in das Eliminationsverfahren. Formalisierung des Induktions- prinzips mit Hilfe einer zweiten Formel für das ε -Symbol. Überleitung zu dem ursprünglichen HILBERTSchen Ansatz	82
4. Der ursprüngliche HILBERTSche Ansatz zur Ausschaltung der ε -Symbole und seine weitere Verfolgung	92
a) Einfachste Fälle	92
b) Vorbereitungen zur Behandlung des allgemeinen Falles	96
c) Durchführung des HILBERTSchen Ansatzes bei Beschränkung auf ε -Terme vom Range 1	107
d) Bildung einer Aufeinanderfolge von Gesamtersetzungen im all- gemeinen Fall	112
e) Nachweis der Bestimmbarkeit einer Resolvente im Falle, daß alle kritischen Formeln solche von erster Art sind	116
f) Versagen der Beweismethode bei der Hinzunahme kritischer For- meln zweiter Art von beliebigem Rang. Ergänzung des vorherigen Resultates	121
g) Verwertung des erhaltenen Ergebnisses für das Wf.-Theorem	126
§ 3. Anwendung des ε -Symbols auf die Untersuchung des logischen Formalismus	130
1. Das zweite ε -Theorem	130

	Seite
2. Einbeziehung des allgemeinen Gleichheitsaxioms in das zweite ε -Theorem. Anknüpfende Eliminationsbetrachtungen	138
3. Der HERBRANDSche Satz	149
4. Kriterien der Widerlegbarkeit im reinen Prädikatenkalkül	170
5. Anwendung der erhaltenen Kriterien auf das Entscheidungsproblem 185	
a) Allgemeines über Erfüllbarkeit. Die erfüllungstheoretische SKOLEM- sche Normalform	185
b) Der LÖWENHEIMSche Satz und der GÖDELSche Vollständigkeitssatz	189
c) Berücksichtigung der Anforderungen des finiten Standpunktes . .	197
d) Behandlung eines Beispiels	200
e) Erfüllungstheoretische Normalformen	209
§ 4. Die Methode der Arithmetisierung der Metamathematik in Anwendung auf den Prädikatenkalkül	215
1. Durchführung einer Arithmetisierung der Metamathematik des Präd- ikatenkalküls	215
a) Die Nummernzuordnungen	215
b) Hilfsmittel der rekursiven Zahlentheorie	220
c) Arithmetisierung des Begriffes „Formel“	224
d) Arithmetisierung von Wahrheitswertverteilungen	230
e) Arithmetisierung des Begriffes „Ableitung“	235
2. Anwendung der Arithmetisierungsmethode auf den GÖDELSchen Voll- ständigkeitssatz	243
a) Formalisierung des Vollständigkeitsbeweises	243
b) Verschärfung der Erfüllbarkeit zu einer Ableitbarkeit	252
§ 5. Der Anlaß zur Erweiterung des methodischen Rahmens der Beweistheorie	263
1. Grenzen der Darstellbarkeit und der Ableitbarkeit in deduktiven Formalismen	263
a) Die Antinomie des Lügners; TARSKIS Satz über den Wahrheits- begriff; das RICHARDSche Paradoxon	263
b) Das erste GÖDELSche Unableitbarkeitstheorem	278
c) Das zweite GÖDELSche Unableitbarkeitstheorem	293
2. Die formalisierte Metamathematik des zahlentheoretischen Formalis- mus	302
a) Abgrenzung eines zahlentheoretischen Formalismus	302
b) Bestimmung einer Nummernzuordnung für den Formalismus (Z_μ)	306
c) Die Erfüllung der Bedingung b_2 durch die für den Formalismus (Z_μ) gewählte Nummernzuordnung	310
d) Erfüllung der Ableitbarkeitsforderungen durch den Formalismus (Z_μ)	319
e) Ausdehnung des zweiten GÖDELSchen Unableitbarkeitstheorems auf den Formalismus (Z). — Aufstellung einer Wahrheitsdefinition für diesen Formalismus	337
3. Überschreitung des bisherigen methodischen Standpunktes der Beweis- theorie. — Nachweise der Widerspruchsfreiheit für den vollen zahlen- theoretischen Formalismus	353
a) Betrachtungen zur Frage der Formalisierbarkeit unserer bisherigen beweistheoretischen Überlegungen	353
b) Eliminierbarkeit des „tertium non datur“ für die Untersuchung der Widerspruchsfreiheit des Systems (Z)	364
c) Eine spezielle Form der transfiniten Induktion und ihre Anwendung in dem GENTZENSchen Widerspruchsfreiheitsbeweis für das System (Z)	373

	Seite
Supplement I: Zur Orientierung über den Prädikatenkalkül und anschließende Formalismen	388
A. Der reine Prädikatenkalkül	388
B. Der Prädikatenkalkül in Anwendung auf formalisierte Axiomensysteme. Die ι -Regel. Zahlentheoretische Formalismen	393
C. Sätze über den Prädikatenkalkül	400
D. Modifizierte Form des Prädikatenkalküls	403
Supplement II: Eine Präzisierung des Begriffs der berechenbaren Funktion und der Satz von CHURCH über das Entscheidungsproblem	406
A. Begriff der regelrecht auswertbaren Funktion. Auswertung im Formalismus (Z^0)	406
B. Quasirekursive und regelrecht auswertbare Funktionen. Normaldarstellung. Auswertung im Formalismus (Z_{00}). Anwendung des CANTORschen Diagonalverfahrens	417
C. Die Unmöglichkeit einer allgemeinen Lösung des Entscheidungsproblems für den Prädikatenkalkül	431
Supplement III: Über gewisse Bereiche des Aussagenkalküls und ihre deduktive Abgrenzung mit Hilfe von Schematen	438
A. Die positiv identischen Implikationsformeln	438
B. Die positiv identischen I-K-Formeln	445
C. Die identischen I-K-N-Formeln	455
Supplement IV: Formalismen zur deduktiven Entwicklung der Analysis	467
A. Aufstellung eines Formalismus	467
B. Gewinnung der Zahlentheorie	471
C. Theorie der Maßzahlen	476
D. Theorie der reellen Zahlen. Bemerkungen über die weitere Formalisierung der Analysis	486
E. Theorie der Wohlordnungen der Mengen von ganzen Zahlen	491
F. Modifikationen des Formalismus. Vermeidung des ε -Symbols	496
G. Verwendung gebundener Formelvariablen	504
Supplement V: Widerspruchsfreiheitsbeweise für den zahlen-theoretischen Formalismus	513
A. Der KALMÁRSche Widerspruchsfreiheitsbeweis	513
B. Der ACKERMANNsche Widerspruchsfreiheitsbeweis	535
Namenverzeichnis	556
Sachverzeichnis	557