

KAPITEL I

ALGORITHMEN UND ALGORITHMISCHE BEGRIFFE	1
§ 1. Zum anschaulichen Begriff des Algorithmus'	2
1.1 Manipulierbare Objekte	2
1.2 Bereiche manipulierbarer Objekte	3
1.3 Wörter über einem Alphabet	4
1.4 Gödelisierungen	6
1.5 Normierungen	7
1.6 Algorithmen als Maschinen	8
1.7 Beispiele für Algorithmen und ihre prinzipielle konkrete Realisierung	9
§ 2. Algorithmische Begriffe	11
2.1 Berechenbare Funktionen	11
2.2 Entscheidbare Prädikate	16
2.3 Akzeptierbare Relationen	19
2.4 Aufzählbare Relationen	21
§ 3. Beziehungen zwischen algorithmischen Begriffen	23
3.1 Einsetzung von Funktionen in Funktionen	24
3.2 Rekursion	25
3.3 Die charakteristische Funktion eines Prädikats	27
3.4 Der μ -Operator	28
3.5 Einsetzung von Funktionen in Prädikate	29
3.6 Das charakteristische Prädikat einer Funktion	30
3.7 Die Negation eines Prädikats	31
3.8 Die Konjunktion von Prädikaten	31
3.9 Die Disjunktion von Prädikaten	32
3.10 Definition durch Fallunterscheidung	33
3.11 Die Definitionsrelation einer Funktion	34
3.12 Die Werterelemente eines Funktionen- r -Tupels	35
3.13 Akzeptierbarkeit und Aufzählbarkeit	35
3.14 Die Definitionsrelation eines Prädikats	37
3.15 Die Wahrheitsrelation und die Falschheitsrelation eines Prädikats	37
3.16 Der Graph einer Funktion	38
§ 4. Nicht berechenbare Funktionen, nicht entscheidbare Prädikate, nicht aufzählbare Relationen	39
4.1 Existenz nicht berechenbarer Funktionen	40
4.2 Existenz nicht entscheidbarer Prädikate	40
4.3 Existenz nicht aufzählbarer Relationen	40
§ 5. Die Churchsche These	41
Aufgaben zu Kapitel I	42

KAPITEL II

PRIMITIV REKURSIVE FUNKTIONEN UND PRÄDIKATE	50
§ 1. Primitiv rekursive Funktionen	51
1.1 Definition	51
1.2 Beispiele für primitiv rekursive Funktionen	52
§ 2. Operationen, welche p.r. Funktionen wieder in solche Funktionen überführen	58
2.1 Linksrekursion	58
2.2 Kanonische Rekursion	59
2.3 Beschränkte Summen- und Produktbildungen	60
§ 3. Primitiv rekursive Prädikate	61
3.1 Definition	61
3.2 Einsetzung von Funktionen in Prädikate	61
3.3 Aussagenlogische Verknüpfungen von Prädikaten	62
3.4 Definition durch Fallunterscheidung	62
3.5 Beschränkte Quantifikationen	62
3.6 Der beschränkte μ -Operator	63
3.7 Beispiele	65
§ 4. Primitiv rekursive Funktionen über verschiedenen Alphabeten	66
4.1 Der Erweiterungssatz	67
4.2 Der Abbildungssatz	67
4.3 Der Beschränkungssatz	68
4.4 Erweiterungs- und Beschränkungssatz für p.r. Prädikate	69
§ 5. Beweis des Abbildungssatzes	70
5.1 Erster Teil des Beweises	70
5.2 Die Hilfsfunktionen $\delta, \varepsilon, \varphi, \lambda, \psi \in \underline{P}_1$	71
5.3 Zweiter Teil des Beweises	72
§ 6. Wertverlaufsrekursion	73
6.1 Tupel von Wörtern über A	74
6.2 Der Wertverlauf W_v einer Funktion f über A	75
6.3 Die Wertverlaufsrekursion	75
§ 7. Klammerwörter und Tupelwörter	76
7.1 Klammerwörter	77
7.2 K ist p.r. über B	77
7.3 Vier Hilfssätze	78
7.4 Die Komponentenfunktion	79
7.5 Die Tupelprädikate	80
7.6 Die Komponentenlänge	81
7.7 Eine Gödelisierung der Tupel von Klammerwörtern	82
Aufgaben zu Kapitel II	82

KAPITEL III

REKURSIVE FUNKTIONEN, REKURSIVE PRÄDIKATE, REKURSIV AUFGÄHLBARE RELATIONEN	93
§ 1. Rekursive Funktionen und rekursive Prädikate	94
1.1 Definition der rekursiven Funktionen	94
1.2 Definition der rekursiven Prädikate	95
1.3 Beispiele	96
1.4 Zur Definition durch Fallunterscheidung	96
1.5 Bemerkungen	97
§ 2. Das Kleenesche Normalformmentheorem	97
2.1 Formulierung des Kleeneschen Normalformmentheorems	98
2.2 Die universelle Funktion Φ_{r+1}^{r+1}	99
2.3 Die Definitionsrelation Δ_{r+1}^{r+1} von Φ_{r+1}^{r+1}	100
2.4 Ein Approximationssatz	101
2.5 Definition durch Fallunterscheidung	104
§ 3. Rekursiv aufzählbare Relationen	106
3.1 Definition der rekursiv aufzählbaren Relationen	106
3.2 Definition der rekursiv akzeptierbaren Relationen	109
3.3 Definitionsrelation eines rekursiven Prädikats	109
3.4 Die Wahrheits- und Falschheitsrelation rekursiver Prädikate	110
3.5 Rekursive Auswahlfunktionen	110
3.6 Graphen rekursiver Funktionen	111
§ 4. Das Kleenesche Normalformmentheorem und Aufzählungstheorem für rekursiv aufzählbare Relationen	112
4.1 Das Kleenesche Normalformmentheorem für rekursiv aufzählbare Relationen	112
4.2 Das Kleenesche Aufzählungstheorem für rekursiv aufzählbare Relationen	112
4.3 Prozesse, die im Bereich der rekursiv aufzählbaren Relationen bleiben	113
§ 5. Nicht rekursive Funktionen und Prädikate, nicht rekursiv aufzählbare Relationen	115
5.1 Beispiele	116
5.2 Übersicht	118
5.3 Partikularisation, Generalisation, Komplement	119
§ 6. Beschränkungssätze für rekursive Funktionen und rekursive Prädikate	120
6.1 Beschränkung und Erweiterung	121
6.2 Beschränkungssatz für rekursive Funktionen	121
6.3 Beschränkungssatz für rekursive Prädikate	122
Aufgaben zu Kapitel III	122

KAPITEL IV

SCHEMATA REKURSIVER FUNKTIONEN	132
§ 1. Kalküle mit primitiv rekursivem Regelprädikat	133
1.1 Zum Kalkülbegriff	133
1.2 Das Regelprädikat, Herleitungsprädikat und Herleitbar- keitsprädikat für einen Kalkül	135
§ 2. Der Schema-Kalkül	137
2.1 Vorüberlegung	137
2.2 Die Regeln des Schema-Kalküls	139
2.3 Die einem Schema zugeordnete Funktion	140
2.4 Das Regelprädikat des Schema-Kalküls	142
§ 3. Der Zuordnungskalkül	142
3.1 Die Regeln des Zuordnungskalküls	142
3.2 Die im Zuordnungskalkül herleitbaren Wörter	145
3.3 Das Regelprädikat des Zuordnungskalküls	147
§ 4. Beweis des Kleeneschen Normalformentheorems	148
4.1 Darstellung einer rekursiven Funktion mit Mitteln aus einem größeren Alphabet	149
4.2 Übergang zum kleineren Alphabet	151
4.3 Abschluß des Beweises für das Kleenesche Normalformtheorem	154
4.4 Bemerkung zu U, T	154
§ 5. Das Kleenesche Parametertheorem	155
5.1 Kleenesches Parametertheorem	156
5.2 Eigenschaften von Φ^1 und Δ^1	158
5.3 Indizes totaler rekursiver Funktionen	159
5.4 Indizes p.r. Funktionen	162
§ 6. Das Kleenesche Rekursionstheorem	163
6.1 Kleenesches Rekursionstheorem	165
6.2 Effektive Operationen	166
6.3 Kanonische Rekursion	168
6.4 Wertverlaufsrekursion	169
6.5 Das Theorem von Rice	171
§ 7. Ein Aufzählungstheorem für primitiv rekursive Funktionen .173	
7.1 Die universelle Funktion Φ^{r+1}	174
7.2 Totale rekursive Funktionen, die nicht p.r. sind . . .175	
7.3 Prozesse, die aus dem Primitiv-Rekursiven heraus- führen	176
Aufgaben zu Kapitel IV	179

KAPITEL V

PROGRAMMIERBARE FUNKTIONEN	187
§ 1. Programme in BASIC	190
1.1 Idealisierungen	190
1.2 Das Programmalphabet, Nummern, Variablen	190
1.3 Anweisungen	191
1.4 Programme	191
1.5 Ein Beispiel	192
§ 2. Definition der programmierbaren Funktionen	193
2.1 Konfigurationen	193
2.2 Die dem Programm π zugeordnete Funktion \mathfrak{F}_π	195
2.3 Programmierbarkeit	195
2.4 Ein Beispiel	196
§ 3. Berechenbarkeit der programmierbaren Funktionen	197
3.1 Der durch ein Programm gegebene Algorithmus	197
3.2 Idealisierte programmierte Computer	198
3.3 Idealisierte programmierte Computer als Maschinen	199
§ 4. Ausgezeichnete Programme für Funktionen	201
4.1 Ein Hilfssatz	201
4.2 Ausgezeichnete Programme	201
4.3 Lemma	202
§ 5. Programmierbarkeit der rekursiven Funktionen	205
5.1 Ausgangsfunktionen	205
5.2 Einsetzung	206
5.3 Rekursion	209
5.4 μ -Operation	212
§ 6. Rekursivität der programmierbaren Funktionen	216
6.1 Konfigurationswörter	217
6.2 Eine Darstellung von \mathfrak{F}_π	218
6.3 Die Rekursivität von \mathfrak{F}_π	219
6.4 Das Prädikat E	219
Aufgaben zu Kapitel V	221
Stichwortverzeichnis	229
Symbolverzeichnis	232
Literaturverzeichnis	235