

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Das feldbeschreibende Randwertproblem</b>	<b>9</b>
2.1	Maxwellsche Gleichungen . . . . .	11
2.2	Wellengleichungen und ebene Wellen . . . . .	13
2.3	Felder sinusförmiger Zeitabhängigkeit . . . . .	15
2.4	Randbedingungen . . . . .	18
2.5	Zweidimensionale Streukörper . . . . .	20
2.5.1	Transversale und longitudinale Wellengleichungen . . . . .	20
2.5.2	$z$ -Abhängigkeit der Feldstärken . . . . .	22
2.5.3	Transversal polarisierte Wellen . . . . .	26
2.5.4	Ein- und Ausstrahlungsbedingungen . . . . .	30
2.6	Elektrodynamische Ähnlichkeit . . . . .	31
2.7	Randwertproblem . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Variationsformulierung des Randwertproblems</b>	<b>35</b>
3.1	Klassische Variationsmethoden . . . . .	36
3.1.1	Quadratisches Funktional . . . . .	36
3.1.2	Schwache Formulierung . . . . .	38
3.1.3	Eulersche Gleichungen . . . . .	42
3.1.4	Lax-Milgram-Theorem . . . . .	45
3.1.5	Inhomogene Randbedingungen . . . . .	49
3.2	Duale gemischte Formulierung . . . . .	52
3.2.1	Faktorisierung des Laplaceoperators . . . . .	52
3.2.2	Duales gemischtes Variationsproblem . . . . .	54
3.2.3	Theorie von Brezzi . . . . .	55
3.2.4	Anwendung der Theorie von Brezzi . . . . .	63

<b>4</b>	<b>Anwendung der Methode der finiten Elemente</b>	<b>67</b>
4.1	Approximation von $H(\text{div}, \Omega)$ . . . . .	69
4.2	Approximation des dualen gemischten Variationsproblems . . . . .	73
4.3	Hybridisierung des diskreten Problems . . . . .	75
4.4	Das Element . . . . .	76
4.5	Eliminierung innerer Freiheitsgrade . . . . .	79
4.6	Berechnung elektromagnetischer Felder . . . . .	81
4.6.1	Komplexe Formulierung . . . . .	81
4.6.2	Randbedingung von Robin . . . . .	84
4.6.3	Approximation der Ausstrahlungsbedingung . . . . .	85
4.6.4	Berechnung transversaler Feldkomponenten und des Phasenvektors . . . . .	88
4.6.5	Unterscheidung zwischen $s$ - und $p$ -Polarisation . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Analyse zylindrischer Streukörper</b>	<b>91</b>
5.1	Beugung am Kreiszyylinder — Analytische Lösung . . . . .	92
5.1.1	Lösungen der Differentialgleichung . . . . .	92
5.1.2	$s$ -Polarisation . . . . .	96
5.1.3	$p$ -Polarisation . . . . .	97
5.2	Beugung am Kreiszyylinder — Numerische Ergebnisse . . . . .	98
5.2.1	Kreiszyylinder mit $a = 0,5 \lambda_0$ . . . . .	99
	Energietransport in Zylindernähe . . . . .	100
	$s$ -Polarisation . . . . .	104
	$p$ -Polarisation . . . . .	111

5.2.2	Kreiszyylinder mit $a = 0,05 \lambda_0$ . . . . .	116
	Energietransport und Intensität in Zylindernähe . . . . .	116
	<i>s</i> -Polarisation . . . . .	120
	<i>p</i> -Polarisation . . . . .	122
5.3	Luneburg-Linse . . . . .	124
5.3.1	Gradientenindex-Linsen . . . . .	126
5.3.2	Numerische Ergebnisse . . . . .	129
<b>6</b>	<b>Dielektrische Gitter auf planaren Wellenleitern</b>	<b>139</b>
6.1	Gittertypen . . . . .	140
6.2	Gekoppelte Wellen in dielektrischen Gittern . . . . .	144
6.2.1	Phasenanpassung . . . . .	145
6.2.2	Kollineare Kopplung . . . . .	148
6.2.3	Ein- und Auskopplung . . . . .	149
6.2.4	Auswirkung endlicher Gitterlänge . . . . .	151
6.3	Numerische Ergebnisse . . . . .	154
6.3.1	Untersuchte Gitter . . . . .	154
6.3.2	Reflexion bei Anregung des Grundmodes . . . . .	157
	Gitter der Länge $5\lambda$ . . . . .	164
6.3.3	Reflexion bei Anregung des Modes zweiter Ordnung . . . . .	165
	Gitter der Länge $5\lambda$ . . . . .	169
6.3.4	Reflexion bei Anregung des Modes dritter Ordnung . . . . .	171
	Gitter der Länge $5\lambda$ . . . . .	172
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>175</b>

<b>A</b>	<b>Programm zur Anwendung der Methode der finiten Elemente</b>	<b>179</b>
A.1	Substrukturen . . . . .	179
A.2	Programmaufbau . . . . .	183
A.3	Beispiele . . . . .	185
<b>B</b>	<b>Theoreme der Funktionalanalysis</b>	<b>191</b>
B.1	Quotienten von Räumen . . . . .	191
B.2	Spur-Theorem und Einbettungstheorem . . . . .	192
B.3	Cauchy-Schwarzsche Ungleichung . . . . .	194
B.4	Babuška-Bedingungen . . . . .	194
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>197</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>205</b>