

INHALTSÜBERSICHT.

	Seite
Einleitung	XXIII
Erster Teil. Zur Theorie der Fiktionen.	
I. Die Fiktionen nach H. Vaihingers Phil. des Als-Ob	1
Die Tatsache der Verwendung von Fiktionen in der Wissenschaft	1
Psychologische Grundlegung	2
Das gegebene Material 2. — Die Tätigkeit der Psyche 2. — Das logische Denken 2.	
Allgemeine Charakterisierung der Fiktionen	3
Die fiktive Tätigkeit der Psyche als irreguläres Verfahren 3. — Semifiktionen und echte Fiktionen 4.	
Genauere Festlegung des Fiktionsbegriffs	4
Die Bedeutungen, in denen der Fiktionsbegriff früher verwendet wurde 4. — Abgrenzung der Fiktion gegenüber der Hypothese 5. — Die sprachliche Form der Fiktion 6. — Ihre logischen Hauptmerkmale 6. — Das Gesetz der Ideenverschiebung 9.	
Zur Methodologie der Fiktionen	9
Die Korrektur bei den Semifiktionen 9. — Die Methode der entgegengesetzten Fehler bei den echten Fiktionen 10.	
Erkenntnistheoretische Konsequenzen	10
Die Natur des Denkens 10. — Bedeutung der Fiktionen für die Erkenntnis 11. — Wert dieser Erkenntnis 12.	
II. Die Grundlagen der Vaihingerschen Fiktionslehre	13
Was ist wirklich:	13
A. Kritische Stellungnahme verschiedener Autoren zu Vaihingers Wirklichkeitsbegriff	13
M. Kronenberg 13. — P. Schwartzkopff 14. — H. Scholz 18. — G. Jacoby 20. — P. Spickerbaum 21. — G. Spengler 22. — H. Kelsen 23. — O. Dittrich 23. — R. Schmidt 23.	
B. Die Abgrenzung des Wirklichen in den verschiedenen philosophischen Systemen	26
Der Wirklichkeitsbegriff des extremen Empirismus	26
Positivismus 26. — Kritischer Positivismus 28. — Psychomonismus 30. — Kritik des Positivismus durch M. Schlick 31.	

Der Wirklichkeitsbegriff des Idealismus und der Neukantianer	32
Plato, Fichte, Hegel 32. — Marburger Schule; Cohen und Natorp 33. — Zur Kritik dieses Wirklichkeitsbegriffs 34. — Das Wirkliche in der Philosophie Rickerts 35. — Külpe 36. — Kritik von Volkelt 37.	
Der Wirklichkeitsbegriff bei Kant.	37
Der Wirklichkeitsbegriff des Realismus	39
Naiver Realismus 39. — Transzendentaler Realismus 40. — E. v. Hartmann; J. Volkelt 40. — E. Studys Auffassung 43. — M. Schlick über den Wirklichkeitsbegriff 43.	
C. Die empiristische Wirklichkeit und die mathematische Existenz	46
A. Müllers Umgrenzung des Wirklichen	46
E. Husserls phänomenologische Philosophie	47
Tatsachenwissenschaften und Wesenswissenschaften 47. — Die Mathematik als reine Wesenswissenschaft 49. — Husserls Kritik am Empirismus und Idealismus 50. — Die natürliche Einstellung 51. — Die Einklammerung; das Bewußtsein als phänomenologisches Residuum 51. — Bewußtsein und Realität 52. — Die Mathematik als eidetische Wissenschaft und ihr Gegensatz zu den empirischen Wissenschaften 54.	
Der Konventionalismus; Axiome sind Definitionen	55
Definition der mathematischen Existenz bei Poincaré 55.	
Dedekinds Standpunkt: Zahlen freie Schöpfungen des Geistes	56
Wundts Ansicht: Nicht völlige Neuschöpfungen, sondern willkürliche Veränderungen; Anknüpfung an empirische Daten	57
Freges Stellung zu den mathematischen Definitionen und der mathematischen Existenz	57
Weyl: Gegensatz zum Konventionalismus	58
Die Natur der mathematischen Voraussetzungen beim mathematischen Realismus und beim Nominalismus nach Wundt.	59
III. Die Grundlagen der Vaihingerschen Fiktionslehre; Fortsetzung	60
Was ist Wahrheit?	60
Zum Wahrheitsbegriff Vaihingers	60
R. Schmidt 60. — Der Perspektivismus bei Vaihinger	

und Nietzsche 61. — Der pragmatistische Wahrheitsbegriff (Scholz) 62.	
Das Wahrheitsproblem nach A. Lapp	63
Ablehnung der Theorien von Rickert und Husserl 63 und 64. — Zustimmung zum Vaihingerschen Wahrheitsbegriff 65. — Die Wahrheit als Fiktion 66.	
Das Wahrheitsproblem nach J. Volkelt	67
Kritik des anthropologischen Wahrheitsbegriffs 67. — Kritik und Ablehnung der Denkimmanenz 67. — Die Wahrheit und das Nichtseiende 68. — Das transzendente Sollen 69. — Definition des Wahrheitsbegriffs bei Volkelt 70 und 71. — Betonung der subjektiven und objektiven Seite 71. — Das Absolute im Wahrheitsbegriff 72. — Strenge Scheidung der Relativität des Erkennens von derjenigen der Wahrheit 73. — Ablehnung der Philosophie des Als-Ob durch Volkelt 73.	
Kritische Stellung von H. Meier zur Annahme absoluter Wahrheiten	73
Seine Definition des Wahrheitsbegriffs 74. — J. Volkelt zur Auffassung von H. Meier 77.	
Freges Ablehnung des Psychologismus	78
Übereinstimmung mit Husserl 78. — Anerkennung eines Objektiven, Nichtwirklichen 78.	
Definition des Wahrheitsbegriffs bei Schlick	79
Seine Ablehnung der Abbild-Theorie 79. — Stellungnahme hierzu 80.	
IV. Zur Kritik des Vaihingerschen Fiktionsbegriffs .	81
Kritik an einzelnen Merkmalen	81
Das Verhältnis zur Wirklichkeit	81
Kritik von Spickerbaum und sein Fiktionsbegriff 81 und 82. — O. Dittrichs relative Wirklichkeit 82. — Die Behauptung des Widerspruchs zur Wirklichkeit ist nach W. Jerusalem ein Irrtum 82.	
Die Fiktion eine bewußte Bildung.	82
Dempwolff bestreitet die Notwendigkeit dieses Merkmals 83. — Nach W. del Negro gibt es auch unbewußte Fiktionen, die Wissenschaft hat es aber nur mit bewußten zu tun 83. — B. Fließ sieht im Bewußtsein der Metapsyche den eigentlichen Schöpfer der Fiktionen 84.	
Die Korrektur	84
Nach W. Strauch fehlt dieses Merkmal bei den juristischen Fiktionen 84.	

Die Zweckmäßigkeit ist nach Coerper kein Begriff des Wirklichen, sondern des reinen Denkens; der Kernbegriff des Fiktionalen 85

Umfassendere kritische Stellungnahme 85

E. Boermas logische Theorie der Fiktionen 85

Zurückführung der echten Fiktionen auf Semifiktionen 85. — Betonung des fiktiven Urteils 85. — Die relative Fiktivität 86. — Das Prinzip der entgegengesetzten Fehler 86. — Das fiktive System und die regularisierte Schlußkette 86 und 87. — 2 Thesen Boermas zum fiktiven System 87. — Allgemeine Stellungnahme Boermas 88.

R. Schmidts Ausführungen zum Fiktionsbegriff 88

Statt bewußt falsch soll logisch indifferent gesetzt werden 88. — Beziehung zur Neutralitätsmodifikation bei Husserl 89. — Aufgaben für die Gegenwart 89.

Beziehungen der Fiktionen zu den Annahmen Meinongs . 89

Charakterisierung der Annahme bei Meinong (n. Sperl) 90. — Die Definition Spenglers 90. — Einteilung der Annahmen nach Sperl 91. — Einteilung der Annahmen nach Spengler 92. — Das Verhältnis der Vaihingerschen Fiktionen zu den Annahmen Meinongs (nach Spengler) 93. — Nicht Urteile sollen fiktiv genannt werden, da nur ein Teil derselben eine Fiktion ist 93. — Kritische Stellungnahme Spenglers 94.

Definitionen des Fiktionsbegriffs, die von Vaihingers Fassung wesentlich abweichen 95

Tischer: Fiktionen-Idealisierungen; Produkte unserer Spontaneität 95. — A. Müllers Kritik des Vaihingerschen Wahrheitsbegriffs und seine Definition der Fiktion 95 und 96. — Studys Auffassung 96. — B. Russell 96. — J. Schultz: Einteilung der Fiktionen 97. — Charakterisierung der Fiktion bei Schultz 98.

V. Stellungnahme zum Vorhergehenden; verschiedene mögliche Formen des Fiktionsbegriffs 99

Der Begriff des Wirklichen 99

Das Merkmal des Widerspruchs 99

Die Auffassungen hinsichtlich der logischen Sätze 100. — Logische Indifferenz mancher Fiktionen 102. — Denken und Sein in verschiedenen erkenntnistheoretischen Systemen 102 f. — Muß man sich der Fiktivität bewußt sein? 104 f.

Die Korrektur 106

Korrektur bei den Semifikationen 107. — Zur Methode der entgegengesetzten Fehler 108. — Konsequenzen dieser Kritik 108. — Verhältnis des dritten Merkmals zum ersten 109.

Die Frage der Zweckmäßigkeit, insbesondere in der Mathematik	109
Über die sprachliche Form der Fiktionen	110
Zur Aufstellung einer Fiktionentafel	110
1. Gruppe charakterisiert durch das Merkmal „unwirklich“	111
Fiktion A_1 , bezogen auf den positivistischen Wirklichkeitsbegriff 111. — Fiktion A_2 , bezogen auf den realistischen Wirklichkeitsbegriff 112. — Fiktion A_3 , bezogen auf den idealistischen Wirklichkeitsbegriff 114. — Fiktion A_4 , freie Phantasieschöpfungen nach Husserl 114.	
Bedenken gegen einzelne dieser Typen	115
2. Gruppe; Definition des Eigenbereichs einer Wissenschaft	116
Die Fiktion festgelegt in bezug auf den Eigenbereich 116. — Die Typen B_1 und B_2 116. — Beziehungen zur 1. Gruppe 117. — Vaihingers Stellung 117.	
Logische Fundierung des Fiktionsbegriffs	118
3. Gruppe	118
Der Standpunkt des absoluten Empirismus führt zum Typus C_1 118. — Der Standpunkt des Anthropologismus zu C_2 119. — Vom konventionalistischen Standpunkt aus ergeben sich: Typus C_3 provisorische Bildungen 120. — Typus C_4 logisch neutrale Bildungen 120. — Typus C_5 logisch falsche Bildungen 120. — Typus C_6 primitive Systeme, bei denen eine Entscheidung unmöglich ist 121.	
4. Gruppe: Vom aprioristischen Standpunkt in der Logik aus ergeben sich	122
Typus D_1 ; die logische Stellung der Gebilde, ihre Widerspruchslösigkeit ist noch nicht erwiesen 122. — Typus D_2 ; bewußt falsche Bildungen 122.	
Methodologische Festlegung der Fiktion	123
Fiktion E ; Methode der entgegengesetzten Fehler 123.	
Die Vaihingersche „wissenschaftliche Fiktion“ F . . .	124

Zweiter Teil. Fiktionen in der Mathematik.

I. Die mathematischen Fiktionen in der Philosophie des Als-Ob	125
Die Grundbegriffe der Geometrie und der Arithmetik .	125

Ihr Verhältnis zur empirischen Wirklichkeit — sie sind unwirklich 126. — Das kartesianische Koordinatensystem und die Hilfslinien der Elementargeometrie nur provisorische Hilfsgebilde, daher fiktiv 127. — Zählen und Messen auf Fiktionen beruhend 128. — Betonung der freien imaginativen Tätigkeit 128. — Die mathematischen Gebilde nur Abstraktionen 129. — Nichtwirklich-subjektiv-fiktiv-widerspruchsvoll 129.

Die Fiktion des absoluten Raumes 130

Raum kein empirischer Gegenstand, kein Faktum; aber auch keine Hypothese 130. — Der Streit zwischen Leibniz und Clarke zu lösen durch eine methodologische Unterscheidung. Der Raum eine Fiktion 131. — Ansichten von Malebranche und Suarez 131. — Absoluter Raum — unberechtigte Übertragung 132. — Die Formen des Problems des absoluten Raums 132. — Der reine mathematische Raum 133. — Übertragung auf Raumteile und mathematische Körper 134.

Mathematische Fiktionen, die auf abstrakter Verallgemeinerung und unberechtigter Übertragung beruhen . 136

Geometrien von mehr als drei Dimensionen 136. — Die Erweiterungen des Zahlbegriffs 136. — Die imaginären Zahlen 137. — Betonung des Widerspruchsvollen und der Methode entgegengesetzter Fehler 138. — Elementarmethoden. Auflösung der kubischen und der quadratischen Gleichungen 139.

Die Fiktion des Unendlich-Kleinen 141

Die sog. Nullfälle-Subsumtion des Kreises unter die Ellipse 141. — Die Berechnung krummlinig begrenzter Flächenstücke 143. — Die Infinitesimalmethode 144. — Fermats Maximumproblem 145. — E. Boermas Kritik der Vaihingerschen Auffassung 146. — Das Linien-element ds und die Differentiale dx und dy 147. — Die Infinitesimalrechnung ein kunstreicher Mechanismus, auf der Methode entgegengesetzter Fehler beruhend 148.

Die Behandlung der mathematischen Fiktionen bei W. Dieck 149

II. Die Grundbegriffe der Geometrie 151

Hinweis Vaihingers auf die Ausführungen von Pasch in Mathematik und Logik 151

Die Ansichten von Pasch, dargestellt auf Grund seiner mathematischen Abhandlungen 152

Sein Ziel 152. — Empiristische Einstellung 153. — Teilung der Geometrie in Unterbau und Oberbau 153. — Die herkömmliche Geometrie ohne Unterbau, der Punkt dann ein hypothetischer Begriff 154. — Forderung

- eines Unterbaus, dabei Geometrie als Erfahrungswissenschaft zu behandeln 154. — Zweck dieser empiristischen Fundierung; Sicherung der inneren Folgerichtigkeit und der Anwendbarkeit 155. — Widerspruchslose Geometrie auch ohne Unterbau möglich 155. — Unterschied zwischen Geometrie und Zahlenlehre 156. — Geometrie auf die Zahlenlehre zu gründen, der Kern der Arithmetik aus sich selbst heraus zu beurteilen 156. — Die Axiome und die mathematischen Begriffe 156. — Explizite und implizite Definitionen 157. — Bedeutung der Begriffserweiterungen 159.
- Das mathematische Verfahren 159
- Reine Deduktion 159. — Zweck des mathematischen Beweises 160. — „Derbe“ und „heikle“ Mathematik 161. — Freiheit für die Forschung 161. — Die Sicherung der Widerspruchslosigkeit eines Kerns 161.
- Mit welchem Recht beruft sich H. Vaihinger auf M. Pasch?** 162
- Pasch gegen unpräzise Begriffsbildungen 163. — Begriffserweiterungen von Pasch zugelassen, aber widerspruchsfreie Begründung verlangt 164. — Die Begriffe „Raum“ und „Dimension“ nach Pasch überflüssig 165. — Einseitige Auffassung der Polemik von Pasch 165. — Statt entgegengesetzter Fehler verlangt Pasch widerspruchsfreien Aufbau 166. — Wie ist der Ausdruck hypothetische Geometrie zu verstehen? 167. — E. Study und R. Schmidt über Fiktion und Hypothese 169. — Pasch und Vaihinger; Zusammenfassung 169.
- Die Geometrie der Wirklichkeit von Hjelmlev 171
- Der mathematische Punkt ein illusorischer Grundbegriff 171. — Ganz andere Problemstellung 171.
- Das Wesen der mathematischen Erkenntnis nach E. Müller** 172
- Aussagen über fiktive bzw. idealisierte Dinge 173. — Gewinnung mathematischer Erkenntnisse durch Gedankenexperimente 174. — Intuitive Überzeugung ein psychologischer Irrtum 174. — Unterscheidung der Mathematik von anderen Wissenschaften nicht durch ihr Verfahren, sondern durch ihren Gegenstandsbereich; Fiktionen oder Idealisierungen 175.
- O. Hölders Standpunkt** 175
- Unterscheidung von Grundbegriffen und synthetischen Begriffen 176. — Rolle der Anschauung in der Geometrie 176. — Geometrie und Erfahrung 177. — Die Axiome und die exakten Begriffe der Mathematik 177. — Auffassung von F. Klein 178.
- Aprioristische Auffassung der geometrischen Axiome** . . 178

L. Nelson über die geometrischen Axiome 178. — G. Heymans' Standpunkt 179. — Seine Auffassung der Ergebnisse der Forschungen von Riemann und Helmholtz 180. — Stellung zur Euklidischen Geometrie 181. — Die Hypothese Riehls 183.

Phänomenologische Begründung der Geometrie von O. Becker 183

Der Konventionalismus 186

Couturat betont den rein logischen Charakter der Geometrie 186. — Die Axiome Definitionen 186. — H. Reichenbachs Auffassung 187. — M. Schlick: Axiome implizite Definitionen der Grundbegriffe 189. — Bedeutung der Forderung der Widerspruchslosigkeit 190.

Ablehnung des Konventionalismus 191

H. Weyls Ansicht über die Axiome 191. — Bedeutung der natürlichen Zahlen 192. — Studys Ablehnung der Axiomatik, Forderung des Aufbaus der Geometrie auf der Zahlenlehre 192.

Ergebnisse der Untersuchungen des 2. Kapitels 193

Allgemeine Forderung der Widerspruchslosigkeit 193. — Die Frage nach der Existenz der Grundgebilde: empiristischer, realistischer, idealistischer, konventionalistischer Standpunkt 193. — In welchem Sinn kann man von Fiktionen reden? 194. — Stellung zu den geometrischen Axiomen 195.

III. Vergleich verschiedener geometrischer Systeme unter dem Gesichtspunkt der Transformationsgruppe . . 197

Systeme Nichteuklidischer Geometrie 197

Das Kleinsche Klassifikationsprinzip 198

Die Begriffe: Mannigfaltigkeit von n Dimensionen, Element, Gruppe 199. — Beispiele von Gruppen 199. — Die Hauptgruppe 200. — Verallgemeinerung: Umfassendere Gruppen, Erweiterung des Begriffs der geometrischen Größe 200. — Charakterisierung der geometrischen Systeme durch ihre Gruppen 201.

Allgemeine Sätze 202

Übergang zu einer Untergruppe, oder zu einer umfassenderen Gruppe 202. — Übertragungen 203.

Charakterisierung bekannter geometrischer Systeme . . 203

Elementare Geometrie 203. — Projektive Geometrie 203. — Die Metrik in der projektiven Geometrie 204. — Cayleys Forschungsergebnisse 205. — Die klassische und die neue Mechanik 206. — Projektive Behandlung der Mannigfaltigkeit von n Dimensionen 207. — Beltramis Untersuchungen 208. — Die Geometrie der reziproken

Radien 208. — Die Liniengeometrie 209. — Allgemeine Gruppen von Punkttransformationen 209. — Die rationalen Umformungen 209. — Analysis situs 210. — Gruppe aller Punkttransformationen 210. — Punkttransformationen im ∞ kleinen Gebiet des Raums 210. Die Gruppe aller Berührungstransformationen 210.	
Stellungnahme zum Fiktionsproblem	211
Vom Standpunkt der reinen Mathematik aus 211. — Vom Standpunkt der angewandten Mathematik aus 214.	
IV. Die natürlichen Zahlen	217
Einleitung	217
Der dogmatische Standpunkt Kroneckers 217. — Der empiristische Standpunkt von St. Mill und Helmholtz 217.	
Die Begründung der Zahlenlehre bei M. Pasch	217
Zurückführung auf einen Kern 218. — Ausgangspunkt die Begriffe, die sich auf die Reihenfolge beziehen 218. — Die Kernbegriffe der Arithmetik 219.	
Die Auffassung von G. Heymans	219
Ablehnung der empiristischen Fundierung 219. — Die Zahlenreihe ein Produkt willkürlicher Festsetzungen 220. — Die Sätze der Arithmetik analytische Urteile 220. — Einwand von König 220. — Zur Kritik des Heymannsschen Standpunkts 221. — Unterscheidung der synthetischen bzw. analytischen Natur abgeleiteter Sätze von derjenigen von Grundsätzen 222. — Welchen Forderungen muß ein Axiomensystem genügen? 223.	
Versuche, die Zahlenlehre rein logisch zu begründen	224
G. Frege	224
R. Dedekind	224
Russells Theorie der natürlichen Zahlen	224
Die Resultate Peanos 225. — Logisierung der Mathematik durch Russell 226. — Definition der Zahl 226. — Der Begriff der Menge 226. — Die Definition der Grundbegriffe: Zahl, 0, Nachfolger 227. — Die Grundsätze Peanos beweisbare Sätze 228. — Der Reihencharakter der natürlichen Zahlen 229. — Die Beziehungen 229. — Zusammenfassung 230.	
G. Hessenberg über den Sinn der Zahlen	231
Beziehungen 231. — Mengen 232. — Anzahlen 232. —	
Natorps Theorie der Zahlen	234
Die Grundreihe 235. — Unterscheidung des genetischen und ontischen Sinnes der Zahlsetzung 235. — Ablehnung der Fundierung der Zahl auf den Begriff der	

Menge 235. — Die Normalreihe von Lipps 236. — Kritik der Auffassung Freges durch Natorp 237. — Kritik der Dedekindschen Theorie 238. — Begründung der Grundoperationen der Arithmetik 239.

Die Zahlenlehre von O. Hölder 240
 Strenge Unterscheidung der Zahl als Anzahl und als Glied einer Reihe 240. — Definition der Grundoperationen der Arithmetik 241. — Die Grundtatsache des Anzahlbegriffs 241.

H. Weyls Ablehnung des konventionalistischen Standpunkts 242
 Die Anschauung der Iteration 242. — Charakterisierung der natürlichen Zahlen 243. — Das Iterationsprinzip 244. — Begriff der Anzahl 244.

Axiomatische Begründung der Zahlenlehre durch D. Hilbert 245
 In welchem Sinn kann man bei den natürlichen Zahlen von Fiktionen sprechen? 247

V. Die Erweiterungen des Zahlbegriffs 250

A. Die rationalen Zahlen 250

Natorps Auffassung — Keine Erweiterung des Zahlbegriffs 250

Russell führt die rationalen Zahlen nicht auf Mengen, sondern auf Beziehungen zurück 251

Hölders abstrakte Begründung 252

Hessenbergs Definition der gebrochenen Zahlen 254

Weyls Auffassung 255

Relationen zwischen natürlichen Zahlen 255. — Die gebrochenen Zahlen gehen den rationalen voraus 256.

Die Ansicht von Heymans über die Zahlerweiterungen 257

B. Die irrationalen Zahlen 260

Die Theorie von Dedekind 260

Der Grund zu ihrer Einführung 260. — Einteilungen der rationalen Zahlen in zwei Klassen 262. — Definition des Schnitts 263. — Die drei Arten von Schnitten 263. — Die fundamentalen Operationen mit Schnitten 264. — Die Axiome der Arithmetik der rationalen Zahlen 265. — Diese Axiome sind auch für Schnitte erfüllt 266. — Rationale und irrationale — reelle Zahlen 267. — Der Grenzwert 267.

Die Cantorsche Theorie der Irrationalzahlen 269

Die Theorien von Heine und Thomae 270. — Die Theorie von Bachmann 272.

Russells Auffassung der irrationalen Zahlen 272

Die Begriffe „Maximum“ und „obere Grenze“ 272. — Das Segment 273.

	Seite
Natorps Kritik der Irrationalzahltheorien	274
Irrationalzahlen und Stetigkeit 275. — Stellungnahme zu Natorps Auffassung 276. — Trennung der Definition des Irrationalen von der der Stetigkeit 277. — Natorps Hinweis auf Veronese 278.	
C. Die imaginären und die komplexen Zahlen	280
Verzicht auf eine eigentliche Begründung	280
Rein formalistische Einführung — Symbole, die den formalen Gesetzen der Arithmetik genügen	280
Auffassung der komplexen Zahlen als einer speziellen Art extensiver Größen. — Paare reeller Zahlen	281
Begründung durch Positionsbeziehungen	282
Natorp 282. — Schefflers Situationskalkül 283.	
Verallgemeinerung der gewöhnlichen komplexen Zahlen	284
Hamiltons Quaternionen 284. — Die extensiven Größen Graßmanns 284. — Die Nichtarchimedischen Größen 284.	
Die Frage nach der Fiktivität bei diesen Zahlerweiterungen	285
Sind es legitime, widerspruchsfreie Bildungen? 286. — Natorps Auffassung der imaginären Zahlen 286. — Zahlerweiterungen zwar widerspruchsfrei, aber bloßer Formalismus 287. — Ablehnung der Zahlerweiterungen durch Heymans 287. — Whiteheads Ansicht 287. — Die Auffassung von A. Schuster 288.	
Zusammenfassung	288
VI. Das Unendliche in der Mathematik	289
Das Unendlich-Kleine bei den sog. 0-Fällen	289
Subsumtion des Kreises unter die Ellipse 289. — Der Grenzprozeß beim Übergang der Kreissekante in die Tangente 290.	
Die Verwendung uneigentlicher Elemente	291
Der ∞ ferne Punkt der Geraden: vom elementargeometrischen Standpunkt aus 291; vom projektivischen Standpunkt aus 292. — Die Frage der Fiktivität uneigentlicher Elemente 294.	
Die Berechnung krummlinig begrenzter Flächenstücke	295
Der Begriff des Grenzwertes einer Reihe 295. — Die Wertereihen der Inhalte der dem Kreis ein- und umbeschriebenen regulären Polygone bei wachsender Seitenzahl 298. — Der Kreisinhalt als ihr gemeinsamer Grenzwert 298. — Die Zahl π 299. — Die unendlichen Reihen 300. — Die erschöpfende Teilung (Exhaustion) 301. — Andere Darstellung der Zahl π und der Kreisfläche 302. — Kritische Bemerkungen 302.	

Die Differentialrechnung

Der Begriff der Funktion 304. — Verlauf einer Funktion 304. — Grenzwerte der Funktion bei Annäherung der x -Werte an einen bestimmten Wert 304. — Die Symbole $\pm \infty$ und ihre Bedeutung 305. — Differentiierbarkeit einer Funktion und Ableitung 306. — Unterscheidung von Stetigkeit und Differentiierbarkeit 307. — Die Parabeltangente 307. — Das Fermatsche Maximumproblem 308. — Differentiale und Differentialquotient 312.

VII. Das Unendliche in der Mathematik (Fortsetzung) 313

Die Mengenlehre 313

Die Cantorsche Mengenlehre 313

Definition der Menge 313. — Die Grundbegriffe der transfiniten Mengenlehre 313. — Begründung der endlichen Zahlenlehre aus denselben Prinzipien 313. — Sätze über transfiniten Mengen 314. — Theorie der Ordnungstypen 314. — Die Paradoxien der Mengenlehre 315.

Die Darstellung der Mengenlehre bei G. Hessenberg . . 316

Kritik des Mengenbegriffs 316. — Das Problem der logischen Vollständigkeit und Entscheidbarkeit 316. — Die Paradoxien 317. — Prinzipien der Mengenlehre 319. — Das Auswahlprinzip 319. — Die Erzeugungsprinzipien 320. — Zum Induktionsschluß 322. — Ergebnisse: zwei Thesen 322

Die Versuche einer Begründung der Analysis und Mengenlehre auf rein logischer Basis von Frege und Russell . . 324

Die Axiomatik von Zermelo 325

Das Auswahlpostulat 325. — Zur Widerspruchslosigkeit der Zermeloschen Axiome 326.

Kritik der Mengentheorien durch Poincaré 327

Forderungen, denen Axiomensysteme genügen müssen 327. — Ablehnung der Begründung der Mathematik auf Logik allein 328. — Zur Logik Russells 328. — Prädikative und nichtprädikative Definitionen 329. — Wohlbestimmte und nichtwohlbestimmte Klassifikationen 330. — Circulus vitiosus 331. — Zulässige und unzulässige Definitionen 332. — Gegensatz der Pragmatiker und Cantorianer 332.

H. Weyls Theorie des Kontinuums 335

Seine Definitionsprinzipien 335. — Prinzipien der Urteils kombination 335. — Die Begriffe der Menge und des funktionalen Zusammenhangs 336. — Konsequenzen für Analysis und Mengenlehre 337. — Beschränkung des Existenzbegriffs auf die Grundkategorien 338.

	Seite
Die intuitionistische Mengenlehre von Brouwer und Weyl	339
Vertreter des axiomatischen Standpunkts	343
Schönflies 344. — Fraenkel 344. — v. Neumann 345.	
Die axiomatische Begründung der Mathematik durch Hilbert und Bernays	345
D. Hilbert über das Unendliche	351
Zur Frage der Fiktionen	354
Schlußwort	356
Anmerkungen	358
Literatur	367

