

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	1
<i>PREMIÈRE PARTIE</i> , par E.W. BETH	
3	
CHAPITRE PREMIER. — <i>L'analyse du raisonnement mathématique est inaccessible à la syllogistique traditionnelle</i>	
6	
§ 1. Descartes	6
§ 2. Le problème de Locke-Berkeley	8
§ 3. Solutions de Berkeley, Hume et Kant	8
§ 4. Jugements analytiques et synthétiques	13
§ 5. L'intuitionisme de Descartes et de Kant	15
§ 6. La géométrie non-euclidienne	18
§ 7. Formes récentes de l'intuitionisme : F.A. Lange, L. Brunschvicg, E. Goblot, H. Poincaré, L.E.J. Brouwer	20
CHAP. II. — <i>Interprétation psychologique du raisonnement mathématique</i>	
26	
§ 8. J. Stuart Mill	26
§ 9. Critique de W. Stanley Jevons	27
§ 10. E. Mach, Th. Ziehen, G. Störriing et G. Heymans	29
§ 11. E. Husserl : son prétendu anti-psychologisme	33
§ 12. F. Enriques et G. Mannoury	36
CHAP. III. — <i>La tradition logiciste</i>	
40	
§ 13. Vues d'Aristote : accord avec la pratique des mathématiques grecques	40
§ 14. Pascal	42
§ 15. Leibniz : démonstration des axiomes	43
§ 16. Frege : son influence sur Husserl et Heymans	45
§ 17. Russell : la crise des fondements	47

§ 18. Les ensemblistes : Cantor et Zermelo	49
§ 19. Autres réactions : l'intuitionisme de Brouwer, le psychologisme de Mannoury et d'Enriques, le formalisme radical de Hilbert	51
§ 20. La crise goedelienne	59
§ 21. La déduction naturelle : Gentzen, Curry, Lorenzen	66
§ 22. La syntaxe et la sémantique	75
§ 23. La méthode des tableaux sémantiques	78
§ 24. Conceptions algébriques et topologiques	89
CHAP. IV. — <i>Démonstration stricte et procédures heuristiques</i>	95
§ 25. Typologie des mathématiciens	95
§ 26. Idées de Poincaré, de Hadamard, de Polyá	96
§ 27. Recherche d'une méthode à la fois heuristique et démonstrative : Descartes et l'analyse des Anciens	103
§ 28. Leibniz et le problème de décision	105
§ 29. Conservation des niveaux antérieurs : la Méthode d'Archimède	106
§ 30. La pensée originale : création ou invention, construction ou découverte ? La réponse du platonisme : Frege, Cantor et Hermite	108
CHAP. V. — <i>Structures intuitives et mathématiques formalisées</i>	111
§ 31. L'intuition spatiale : Kant, Helmholtz, F. Klein, Nicod, Whitehead et Tarski	111
§ 32. L'intuition temporelle : Kant, Bergson, Brouwer et De Groot	116
§ 33. L'intuition finitiste selon Hilbert et l'intuition de l'infini	119
§ 34. Le platonisme comme vision intuitive réelle ou prétendue : la critique nominaliste	122
CHAP. VI. — <i>Les « machines à penser » et la pensée mathématique</i>	125
§ 35. La formalisation et la construction d'une « machine à penser »	125

§ 36. La construction d'une « machine à penser » présuppose la solution d'un problème de déci- sion	126
§ 37. Irréductibilité du « saut du but aux moyens » selon Brouwer	129
§ 38. Les fonctions récursives : problèmes non solu- bles, non-résolubilité absolue	131
§ 39. Les deux degrés de liberté de la pensée mathé- matique : résoudre un problème et poser un problème	135
§ 40. L'évidence acquise selon Bernays	136
<i>Note sur l'idée de « machine à penser »</i> , par Jean- Blaise GRIZE	140
 <i>DEUXIÈME PARTIE</i> , par J. PIAGET	
(Note autobiographique, p. 143, n. 1)	
CHAP. VII. — <i>Les leçons de l'histoire des relations entre la logique et la psychologie</i>	149
§ 41. Les trois étapes de l'histoire des relations entre les recherches logiques et psychologiques	149
§ 42. Nécessité d'une coordination	156
I. (Liaison entre les problèmes de faits et les problèmes de validité), p. 156. — II. (Formulation générale du problème épistémologique), p. 162.	
§ 43. Le point de vue génétique et le point de vue normatif	166
I. (Aspect normatif des faits de conscience du point de vue du sujet), p. 167. — II. (Nécessité et signi- fication d'une étude génétique des conduites), p. 169. — III. (Signification épistémologique de la notion de développement), p. 172.	
CHAP. VIII. — <i>Problèmes psychologiques généraux de la pensée logico-mathématique</i> . — A : Le problème des structures	176
§ 44. Les « structures mères » de Bourbaki	177
§ 45. Les structures de classes et de relations dans les actions et les opérations du sujet. Forma- lisation du « groupement »	180
I. (Intérêt et signification de la formalisation en psychologie), p. 180. — II (Les structures dans les	

	conduites du sujet), p. 182. — III. (Formalisation du groupement par J.B. Grize), p. 186. — IV. (Les huit variétés de groupements élémentaires), p. 188.	
§ 46.	Les deux formes de réversibilité (inversion et réciprocité) et leur combinaison finale en un groupe de quatre transformations)	189
	I. (Inversion et réciprocité), p. 190. — II. (Le groupe des quatre transformations INRC), p. 193.	
§ 47.	Le primat de la topologie dans la géométrie de l'enfant	197
§ 48.	Relations entre les trois structures élémentaires et les structures mères de Bourbaki	200
CHAP. IX. — Problèmes psychologiques généraux de la pensée logico-mathématique (suite). — B : Evidence, intuition et invention		
		205
§ 49.	L'évidence, ses variations et la nécessité logique	205
§ 50.	Invention et découverte	212
	I. (Processus psychologique de l'invention), p. 213. — II. (L'abstraction « réfléchissante »), p. 216.	
§ 51.	Les multiples formes de l'« intuition » mathématique	223
	I. Intuition du temps, p. 224. — II. Les intuitions spatiales, p. 228. — III. Les intuitions opératoires portant sur des éléments discrets, p. 235. — IV. Les intuitions « pures », p. 237. — V. Conclusions, p. 239.	
CHAP. X. — Les problèmes psychologiques de la pensée « pure »		
		242
§ 52.	Les racines génétiques des mathématiques pures	242
	I. Position du problème, p. 243. — II. L'expérience logico-mathématique élémentaire, p. 247. — III. Les opérations « concrètes » et les opérations hypothético-déductives, p. 255.	
§ 53.	Le problème psychologique des mathématiques pures	259
§ 54.	Les raisons psychologiques de la formalisation	265
	I. (L'analyse régressive au point de vue logique et au point de vue psychologique), p. 266. — II. (L'élémentaire axiomatique et l'élémentaire génétique), p. 268. — III. (Formalisation et pensée naturelle), p. 270.	
§ 55.	En quoi une formalisation de la pensée réelle permet une collaboration des méthodes génétique et axiomatique	273

CHAP. XI. — <i>Quelques convergences entre les analyses formelles et génétiques</i>	277
§ 56. La construction des nombres naturels	277
I. (Le nombre procède à la fois des classes et des relations), p. 277. — II. (Critique de la réduction de Russell-Whitehead : correspondance qualifiée et correspondance quelconque), p. 281. — III. (Le nombre de l'enfant comme synthèse des groupements de classes et de relations), p. 283. — IV. (Etude psychogénétique de cette synthèse), p. 284. — V. (Formalisation de cette synthèse par J.B. Grize), p. 286. — VI. (Portée de cette formalisation), p. 288.	
§ 57. L'échec de la réduction du supérieur à l'inférieur	291
§ 58. Les limites de la formalisation	294
CHAP. XII. — <i>Problèmes épistémologiques à incidences logiques et psychologiques</i>	300
§ 59. Interprétation empiriste et apriorisme	300
§ 60. L'interprétation nominaliste ou linguistique des mathématiques	305
§ 61. L'interprétation platonicienne des mathématiques	310
§ 62. L'interprétation des mathématiques par les lois de la coordination générale des actions	315
I. (L'autonomie des mathématiques), p. 316. — II. (L'objectivité intrinsèque des êtres mathématiques), p. 319. — III. (Construction progressive et rigueur), p. 320.	
<i>Conclusions générales</i> , par E.W.BETH et J. PIAGET	325
Bibliographie	333
Index des noms	339
Index des matières	342