

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>V</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>XIII</b>
<b>Kapitel 1: Grundlagen</b>	<b>1</b>
1.1	Graphentheoretische Definitionen . . . . . 1
1.2	Hilfsmittel aus der Informatik . . . . . 4
1.2.1	Beschreibung von Verfahrensabläufen (Pseudo-Code) . . . . . 5
1.2.2	Darstellung und Speicherung von Daten . . . . . 7
1.2.2.1	Grundlegende Datenstrukturen und -typen . . . . . 7
1.2.2.2	Sequentielle und gekettete Speicherung . . . . . 8
1.2.2.3	Speicherung von Stapeln und Schlangen . . . . . 11
1.2.3	Speicherung von Graphen . . . . . 13
1.2.3.1	Matrixdarstellungen . . . . . 13
1.2.3.2	Listendarstellungen . . . . . 15
1.2.4	Probleme, Modelle, Verfahren und deren Komplexität . . . . . 17
1.2.5	Sortierverfahren . . . . . 21
1.2.5.1	Sortieren durch Zerlegen: Quicksort . . . . . 22
1.2.5.2	Sortieren mit Bäumen: Heapsort . . . . . 23
1.2.5.3	Sortieren von Kanten eines Graphen . . . . . 28
1.3	Literatur zu Kapitel 1 . . . . . 29
1.4	Aufgaben zu Kapitel 1 . . . . . 30
<b>Kapitel 2: Modellierungen und Lösungsprinzipien</b>	<b>31</b>
2.1	Problembeschreibungen . . . . . 32
2.1.1	Ein allgemeines Netzwerkkonstruktionsproblem . . . . . 32
2.1.2	Bestimmung minimaler spannender Bäume . . . . . 34
2.1.3	Bestimmung kürzester Wege von einem zu allen Knoten . . . . . 35
2.1.4	Umladeprobleme und mathematische Formulierungen . . . . . 36
2.1.4.1	Unkapazitierte und kapazitierte Umladeprobleme . . . . . 36
2.1.4.2	Weitere Modellierungen des kapazitierten Umladeproblems . . . . . 38

2.1.5	Einstufige Transportprobleme und mathematische Formulierungen . . . . .	41
2.1.5.1	Einstufige Transportprobleme . . . . .	41
2.1.5.2	Weitere Modellierungen des klassischen Transportproblems . . . . .	43
2.1.6	Maximalflussprobleme . . . . .	44
2.1.7	Facility Location - Probleme . . . . .	45
2.2	Transport- und Umladeprobleme als Flussprobleme . . . . .	46
2.2.1	Flüsse in Graphen und q-s-Flussprobleme . . . . .	46
2.2.2	Zirkulationsflussprobleme . . . . .	49
2.3	Sätze und Lösungsprinzipien der linearen Optimierung . . . . .	50
2.3.1	Wichtige Sätze der linearen Optimierung . . . . .	50
2.3.2	Lösungsprinzipien . . . . .	52
2.4	Literatur zu Kapitel 2 . . . . .	54
2.5	Aufgaben zu Kapitel 2 . . . . .	55

**Kapitel 3: Minimale spannende Bäume und Wälder . . . . . 56**

3.1	Bestimmung eines minimalen spannenden Baumes oder Waldes . . . . .	56
3.1.1	Der Algorithmus von Kruskal . . . . .	57
3.1.2	Der Algorithmus von Prim bzw. Dijkstra . . . . .	60
3.1.3	Ergänzende Hinweise. . . . .	61
3.2	Bestimmung eines minimalen spannenden Wurzelbaumes . . . . .	62
3.3	Allgemeinere Probleme der Bestimmung von Bäumen. . . . .	68
3.3.1	Minimale kapazitierte spannende Bäume . . . . .	68
3.3.2	Steiner-Baum-Probleme in Graphen . . . . .	69
3.4	Literatur zu Kapitel 3 . . . . .	71
3.5	Aufgaben zu Kapitel 3 . . . . .	72

**Kapitel 4: Kürzeste Wege in Graphen . . . . . 73**

4.1	Problemstellungen und handwerkliche Lösungsansätze . . . . .	73
4.1.1	Übersicht über Problemstellungen. . . . .	73
4.1.2	Kürzeste-Wege-Probleme – handwerklich gelöst . . . . .	74
4.2	Definitionen . . . . .	75
4.3	Kürzeste Entfernungen und Wege von einem zu allen Knoten . . . . .	77
4.3.1	Grundprinzip der Baumalgorithmen . . . . .	78
4.3.2	Label-Correcting-Verfahren. . . . .	79
4.3.2.1	FIFO – Kürzeste Wege. . . . .	79

4.3.2.2	Modifikationen des FIFO-Algorithmus . . . . .	82
4.3.3	Label-Setting-Verfahren. . . . .	84
4.3.3.1	Der Dijkstra-Algorithmus . . . . .	84
4.3.3.2	Zur Implementierung des Dijkstra-Algorithmus . . . . .	86
4.3.4	Weitere Algorithmen und Verfahrensvergleiche . . . . .	87
4.4	Kürzeste Entfernungen und Wege zwischen allen Knoten . . . . .	89
4.5	Negative Zyklen und Reoptimierung kürzester Wege . . . . .	91
4.5.1	Negative Zyklen in bewerteten Digraphen. . . . .	91
4.5.2	Reoptimierung kürzester Entfernungen und Wege . . . . .	92
4.6	Literaturhinweise zu Kapitel 4. . . . .	95
4.7	Aufgaben zu Kapitel 4 . . . . .	98
<b>Kapitel 5: Algorithmen für Transportprobleme . . . . .</b>		<b>99</b>
5.1	Lösung des klassischen TPPs mit dem Simplex-Algorithmus . . . . .	99
5.2	Algorithmen zur Lösung des klassischen TPPs . . . . .	102
5.2.1	Vorbemerkungen und Musterbeispiel . . . . .	102
5.2.2	Eröffnungsverfahren . . . . .	104
5.2.2.1	Einführung . . . . .	104
5.2.2.2	Die Nordwesteckenregel . . . . .	105
5.2.2.3	Die Spaltenminimum-Methode . . . . .	106
5.2.2.4	Die Vogel'sche Approximationsmethode . . . . .	108
5.2.3	Optimierungsverfahren . . . . .	109
5.2.3.1	Vorüberlegungen . . . . .	109
5.2.3.2	Die MODI-Methode . . . . .	111
5.2.3.3	Ein primal-duales Verfahren . . . . .	114
5.3	Das kapazitierte klassische TPP. . . . .	118
5.3.1	Modell und prinzipielle Vorgehensweise. . . . .	118
5.3.2	Die Spaltenminimum-Methode für das kapazitierte TPP . . . . .	120
5.3.3	Die MODI-Methode für das kapazitierte TPP. . . . .	122
5.4	Ungleichungen in den Nebenbedingungen des TPPs . . . . .	124
5.4.1	Einführung . . . . .	124
5.4.2	Probleme mit einem Restriktionstyp für Anbieter bzw. Nachfrager . . . . .	125
5.4.3	Probleme mit gemischten Restriktionen . . . . .	131
5.5	Literatur zu Kapitel 5. . . . .	134
5.6	Aufgaben zu Kapitel 5 . . . . .	135

## **Kapitel 6: Primale Algorithmen für Umladeprobleme. . . . . 137**

6.1	Lösung eines zweistufigen TPPs als klassisches TPP . . . . .	137
6.2	Lösung unkapazitierter Umladeprobleme als klassische TPPE . . . . .	140
6.3	Ein primaler Algorithmus für Umladeprobleme . . . . .	144
6.3.1	Bestimmung einer zulässigen Basislösung für unkapazitierte Probleme . . . . .	144
6.3.2	Verbesserung der zulässigen Anfangslösung bei unkapazitierten Problemen . . . . .	147
6.4	Literatur zu Kapitel 6 . . . . .	149
6.5	Aufgaben zu Kapitel 6 . . . . .	149

## **Kapitel 7: Implementierung primaler Algorithmen für Transport- und Umladeprobleme . . . . . 151**

7.1	Speichermöglichkeiten für unbewertete Bäume . . . . .	151
7.1.1	Speichermöglichkeiten für unbewertete Wurzelbäume . . . . .	151
7.1.1.1	Der Vorgänger-Index . . . . .	152
7.1.1.2	Der Tripel-Index . . . . .	152
7.1.1.3	Der Gefädelt Index (Threaded Index) . . . . .	153
7.1.1.4	Zusätzliche Felder . . . . .	154
7.1.2	Übertragung der Speichermöglichkeiten auf sonstige unbewertete Bäume . . . . .	155
7.1.3	Umspeicherungen zur Darstellung einer verbesserten Basislösung . . . . .	156
7.2	Ein Programm-Code für klassische TPPE . . . . .	159
7.2.1	Einführung . . . . .	159
7.2.2	Zur Speicherung der Informationen . . . . .	159
7.2.3	Zur Bestimmung einer zulässigen Anfangslösung . . . . .	161
7.2.4	Test einer zulässigen Basislösung auf Optimalität . . . . .	161
7.2.5	Bestimmung und Speicherung einer verbesserten Basislösung . . . . .	163
7.2.6	Zur Korrektur der Dualvariablenwerte . . . . .	164
7.2.7	Speicherplatz- und Rechenzeitbedarf für Transportprobleme . . . . .	165
7.3	Alternativen zu den in 7.2 geschilderten Vorgehensweisen . . . . .	165
7.3.1	Verwendung des Gefädelt Index . . . . .	165
7.3.2	Verwendung des Vorgänger-Index und zusätzlicher Listen . . . . .	166
7.4	Hinweise auf Codes für kapazitierte Umladeprobleme . . . . .	167
7.5	Literaturhinweise zu Kapitel 7 . . . . .	168
7.6	Aufgaben zu Kapitel 7 . . . . .	169

## **Kapitel 8: Inkrementgraphen-Algorithmen für q-s-Flussprobleme . . 170**

8.1	Definitionen . . . . .	170
8.2	Verfahren zur Bestimmung kostenminimaler Flüsse . . . . .	174
8.2.1	Verfahren bei gegebenem zulässigem Fluss. . . . .	174
8.2.1.1	Der Algorithmus von Busacker und Gowen . . . . .	175
8.2.1.2	Der Algorithmus von Klein . . . . .	177
8.2.2	Verfahren zur Bestimmung eines zulässigen Flusses. . . . .	179
8.3	Verfahren zur Bestimmung maximaler Flüsse . . . . .	182
8.4	Literatur zu Kapitel 8. . . . .	186
8.5	Aufgaben zu Kapitel 8 . . . . .	187

## **Kapitel 9: (Primal-duale) Verfahren für lineare Zuordnungs- und Umladeprobleme . . . . . 188**

9.1	Verfahren für lineare Zuordnungsprobleme. . . . .	188
9.1.1	Das lineare Zuordnungsproblem . . . . .	188
9.1.2	Überblick über Lösungsmöglichkeiten . . . . .	190
9.1.3	Die Ungarische Methode . . . . .	192
9.1.4	Shortest Augmenting Path - Verfahren . . . . .	199
9.2	Primal-duale Verfahren für Umladeprobleme . . . . .	203
9.2.1	Der Out-of-Kilter-Algorithmus für Zirkulationsflussprobleme. . . . .	203
9.2.1.1	Problemstellung, Optimalitätsbedingungen, Vorüberlegungen . . . . .	203
9.2.1.2	Der Out-of-Kilter-Algorithmus . . . . .	206
9.2.2	Der Relaxation-Algorithmus von Bertsekas . . . . .	211
9.2.2.1	Eine Grundversion des Verfahrens. . . . .	212
9.2.2.2	Modifikationen der Grundversion . . . . .	216
9.3	Literatur zu Kapitel 9. . . . .	217
9.4	Aufgaben zu Kapitel 9. . . . .	219

## **Anhang: Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 221**

## **Sachverzeichnis . . . . . 231**