

# Inhalt

## Vorlesung 1

*Einführung in das Fachgebiet Geschichte der Naturwissenschaften und der Mathematik*

Ziele der Historiographie der Mathematik . . . . .	19
Zur Entwicklung der Wissenschaftsgeschichte als wissenschaftliche Disziplin . . . . .	19
Aspekte der Mathematikgeschichte . . . . .	20
Ziele der Vorlesung „Geschichte der Naturwissenschaften/Mathematik“ . . . . .	24
Literaturhinweise . . . . .	26

## Vorlesung 2

*Die Entstehung der Naturwissenschaften, insbesondere der Mathematik, in den altorientalischen Klassengesellschaften und ihr Stand in der klassischen antiken Sklavereigesellschaft.*

*Teil I*

Anfänge der Mathematik . . . . .	31
Die Anfänge . . . . .	31
Agrarische Revolution . . . . .	33
Mathematik im alten Ägypten und in Mesopotamien . . . . .	34
Ägyptische Mathematik . . . . .	34
Mesopotamische Mathematik . . . . .	38

## Vorlesung 3

*Die Entstehung der Naturwissenschaften, insbesondere der Mathematik, in den altorientalischen Klassengesellschaften und ihr Stand in der klassischen antiken Sklavereigesellschaft.*

*Teil II*

Die Mathematik in der griechisch-hellenistischen Antike . . . . .	47
Gesellschaftliche Veränderungen . . . . .	47
Periodisierung . . . . .	48
Ionische Periode . . . . .	49
Thales von Miletos . . . . .	50
Demokritos von Abdera . . . . .	50

Hippokrates von Chios . . . . .	51
Weiterführung der mesopotamischen arithmetisch-algebraischen Traditionen. Die pythagoreische Schule . . . . .	53
Der Zusammenbruch der arithmetica universalis . . . . .	57
Athenische Periode . . . . .	59
Die Platonische Ideenlehre und ihr Einfluß auf die Entwicklung der Mathematik. . . . .	59
Die geometrische Algebra . . . . .	61
Theodoros von Kyrene . . . . .	62
Theaitetos und die Klassifizierung der quadratischen Irrationalitäten . . . . .	63
Eudoxos von Knidos . . . . .	64

#### Vorlesung 4

*Die Entstehung der Naturwissenschaften, insbesondere der Mathematik, in den altorientalischen Klassengesellschaften und ihr Stand in der klassischen antiken Sklavereigesellschaft.*

##### Teil III

Hellenistische Periode . . . . .	69
Alexandria. Das Museion . . . . .	69
Euklid von Alexandria . . . . .	71
Aufbau der „Elemente“ . . . . .	72
Euklid als Forscher . . . . .	73
Archimedes als Mathematiker . . . . .	74
Apollonios von Perge. Die Kegelschnittslehre . . . . .	76
Ptolemaios als Mathematiker . . . . .	77
Heron von Alexandria . . . . .	78
Diophantos von Alexandria . . . . .	80
Die Mathematiker der alexandrinischen Schule. . . . .	81
Die Mathematik am Ausgang der Antike . . . . .	82
Pappos von Alexandria . . . . .	82
Der Untergang der antiken Mathematik . . . . .	83
Die wissenschaftlichen Erben der antiken Mathematik . . . . .	83

#### Vorlesung 5

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der feudalen Gesellschaftsordnung*

Mathematik in China . . . . .	88
Rechenmethoden im alten China . . . . .	89
Die „Mathematik in neun Büchern“ . . . . .	90
Die chinesische algebraische Schule des 13. Jahrhunderts . . . . .	91
Die Mathematik des alten Indien . . . . .	92
Quellen . . . . .	94
Indische Geometrie. . . . .	96
Indische Trigonometrie . . . . .	96
Die Herausbildung des dezimalen Positionssystems . . . . .	97
Arithmetik und Algebra in der indischen Mathematik. . . . .	98
Die Mathematik in den Ländern des Islam . . . . .	99
Historische Etappen der Entwicklung der Mathematik in den Ländern des Nahen und Mittleren Ostens . . . . .	100
Die Algebra des al-Ĥwārizmī und seiner Nachfolger . . . . .	101

Die Ausbreitung der indischen Ziffern und die Arithmetik in den Ländern des Nahen und Mittleren Ostens . . . . .	104
Die Herausbildung der Trigonometrie als selbständiger Wissenschaftszweig . . . . .	105
Die Mathematik im europäischen Feudalismus . . . . .	107
Die Karolingische Frührenaissance . . . . .	107
Die Mathematik im Hochfeudalismus . . . . .	108
Ansätze eigenständiger mathematischer Entwicklung in Europa . . . . .	109
Die Gründung von Universitäten. Die Scholastik . . . . .	110

**Vorlesung 6**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Epoche des Übergangs vom Feudalismus zum Kapitalismus. Teil I*

Die Renaissance . . . . .	115
Neue gesellschaftliche Stellung der Naturwissenschaft . . . . .	116
Neue gesellschaftliche Forderungen an die Mathematik . . . . .	117
Ausbau der Trigonometrie zum geschlossenen System . . . . .	122
Die astronomisch-mathematische Schule in Wien. Johannes Regiomontanus . . . . .	122
Prosthaphairesis. Trigonometrische Tafeln . . . . .	123
Zyklometrie . . . . .	124
Die Lehre von der Perspektive . . . . .	124
Ausbau der Rechenmethoden . . . . .	125
Die Rechenmeister . . . . .	125
Die Überwindung des Abacus-Rechnens . . . . .	126
Dezimalbrüche . . . . .	128
Logarithmisches Rechnen . . . . .	129
Algebraisierung . . . . .	131
Die Coß . . . . .	131
Auflösung von Gleichungen dritten und vierten Grades . . . . .	132
Vieta . . . . .	133

**Vorlesung 7**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Epoche des Übergangs vom Feudalismus zum Kapitalismus. Teil II*

Zur gesellschaftlichen Stellung der Mathematik und der Naturwissenschaften . . . . .	139
Grundeinschätzung der Mathematik dieser Periode . . . . .	140
Die Entwicklung der materiellen Produktivkräfte als Reizmittel für die Entwicklung der Mathematik . . . . .	140
Entwicklung der Naturwissenschaften . . . . .	141
Die Wissenschaftliche Revolution . . . . .	144
Die gesellschaftliche Stellung des Naturwissenschaftlers. Die Gründung von Akademien . . . . .	144
Geschichte der analytischen Geometrie . . . . .	147
Aus der Entstehungsgeschichte der analytischen Geometrie . . . . .	147
Nicolaus Oresme . . . . .	148
Herausbildung der analytischen Geometrie . . . . .	148
René Descartes . . . . .	149
Pierre de Fermat . . . . .	153
Durchbildung der Methoden der analytischen Geometrie . . . . .	155

Zur Geschichte der frühen mechanischen Rechenmaschinen . . . . .	155
Erste mechanische Rechenhilfsmittel . . . . .	156
Frühe Rechenmaschinen . . . . .	156

### Vorlesung 8

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Epoche des Übergangs vom Feudalismus zum Kapitalismus. Teil III*

Herausbildung infinitesimaler Methoden . . . . .	161
Die Problemsituation . . . . .	161
Geometrischer Grenzübergang . . . . .	162
Die Exhaustionsrechnung . . . . .	164
Kepler und die Infinitesimalgeometrie . . . . .	165
Die Methode der Indivisibeln . . . . .	168
Die Arithmetisierung der Indivisibelnmethode . . . . .	171
Das Tangentenproblem . . . . .	175
Pascal und das charakteristische Dreieck . . . . .	176
Durchbildung der infinitesimalen Methoden . . . . .	177
Isaac Newton und die Fluxionsrechnung . . . . .	178
G. W. Leibniz und die Erfindung des Calculus . . . . .	181

### Vorlesung 9

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Epoche des Übergangs vom Feudalismus zum Kapitalismus. Teil IV*

Ausbau der infinitesimalen Methoden . . . . .	187
Entstehung einer Theorie der unendlichen Reihen . . . . .	187
Herausbildung des Funktionsbegriffs . . . . .	190
Weiterentwicklung der Infinitesimalmathematik . . . . .	192
Ausbau der Fluxionsrechnung . . . . .	193
Erste zusammenfassende Darstellungen der Infinitesimalmathematik . . . . .	194
Neue Möglichkeiten durch die Infinitesimalmathematik . . . . .	196
Anfänge der Variationsrechnung . . . . .	196
Beginn einer Theorie der Differentialgleichungen . . . . .	197
Praktische Anwendungen . . . . .	198
Ideologische Auseinandersetzungen um die Infinitesimalmathematik . . . . .	199

### Vorlesung 10

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Zeit der industriellen Revolution und der Festigung des Kapitalismus. Teil I*

Zur gesellschaftlichen Stellung von Mathematik und Naturwissenschaften . . . . .	205
Das Wesen der industriellen Revolution . . . . .	205
Neue gesellschaftliche Forderungen an die Naturwissenschaften . . . . .	206
Neues Wechselverhältnis zwischen Naturwissenschaften und Produktion . . . . .	206
Grundtendenzen der Entwicklung der Naturwissenschaften . . . . .	208
Neue Organisationsformen der Wissenschaft . . . . .	209
Die Forderung nach Lehrbarkeit der Mathematik . . . . .	210
Zur Geschichte der darstellenden Geometrie . . . . .	210
Die Begründung der wissenschaftlichen darstellenden Geometrie durch G. Monge . . . . .	211

Die Herausbildung der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	212
Zur Vorgeschichte . . . . .	213
P. S. Laplace . . . . .	214
Algebra als Auflösungstheorie algebraischer Gleichungen . . . . .	215
Eine zweite Periode der Algebra . . . . .	216
Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra . . . . .	216
Unmöglichkeit der Auflösbarkeit der Gleichung fünften Grades . . . . .	217
Die gruppentheoretische Formulierung des Auflösungsproblems . . . . .	219

**Vorlesung 11**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Zeit der industriellen Revolution und der Festigung des Kapitalismus. Teil II*

Verschärfung der Grundlagen der Analysis . . . . .	223
Die Konstatierung der Mängel . . . . .	223
Die exakte Fassung des Grenzbegriffs. . . . .	224
Der Beitrag von B. Bolzano . . . . .	225
Der Beitrag von A. L. Cauchy . . . . .	226
Neufassung und Verschärfung des Funktionsbegriffs . . . . .	227
Aufbau des Zahlsystems . . . . .	230
Schrittweise Ausdehnung der Zahlbereiche . . . . .	230
Der Weg zu den komplexen Zahlen. . . . .	231
Geometrische Interpretation der komplexen Zahlen. . . . .	232
Arithmetische Interpretation der komplexen Zahlen . . . . .	234
H. Hankel und das Permanenzprinzip . . . . .	234
Aufbau einer Theorie der irrationalen Zahlen . . . . .	235
Theorie der rationalen und der natürlichen Zahlen . . . . .	236
Abstrakte Fassung des Zahlbegriffs. . . . .	238
Theorie der Funktionen komplexer Variabler . . . . .	238
Frühe Beispiele des Gebrauchs komplexer Variabler . . . . .	239
Beginn des systematischen Aufbaus einer Theorie der Funktionen einer komplexen Variablen . . . . .	239
Der Beitrag von A. L. Cauchy zur Funktionentheorie . . . . .	240
B. Riemanns Beitrag zur Funktionentheorie . . . . .	241
Der Beitrag von K. Weierstraß zur Funktionentheorie . . . . .	242

**Vorlesung 12**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Periode des entwickelten Kapitalismus und des Übergangs zum Monopolkapitalismus. Teil I*

Zur gesellschaftlichen Stellung von Mathematik und Naturwissenschaften . . . . .	247
Die Verwandlung der Wissenschaft in eine Produktivkraft. . . . .	247
Hauptentwicklungsrichtungen der Naturwissenschaften . . . . .	248
Hauptentwicklungsrichtungen der Mathematik . . . . .	249
Mathematik und Anwendungen . . . . .	250
Analysisbetonte Anwendungsbereiche der Mathematik . . . . .	251
Hauptelemente der theoretischen Mechanik im 19. Jahrhundert . . . . .	251
Mathematische Physik . . . . .	252

Zur Entwicklung der Algebra im 19. Jahrhundert . . . . .	254
Theorie der Determinanten und Matrizen . . . . .	254
Der Quaternionenkalkül. Die Vektorrechnung . . . . .	255
Die britische algebraische Schule . . . . .	256
Herausarbeitung algebraischer Grundstrukturen . . . . .	258

### **Vorlesung 13**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Periode des entwickelten Kapitalismus und des Übergangs zum Monopolkapitalismus. Teil II*

Die Entwicklung der höheren Geometrie im 19. Jahrhundert . . . . .	263
Auf dem Wege zur nichteuklidischen Geometrie . . . . .	264
Gauß und die nichteuklidische Geometrie . . . . .	265
Janos Bolyai und die nichteuklidische Geometrie . . . . .	267
N. I. Lobačevskij und die nichteuklidische Geometrie . . . . .	267
Der Beitrag von B. Riemann zur Grundlegung der Geometrie . . . . .	268
Die Anerkennung nichteuklidischer Geometrien . . . . .	269
Zur Entwicklungsgeschichte der projektiven Geometrie . . . . .	270
Das Erlanger Programm . . . . .	272
Die Wirkung des Erlanger Programms . . . . .	274
Axiomatisierung der Geometrie durch D. Hilbert . . . . .	274
Die moderne Auffassung von Axiomatisierung . . . . .	276
Entstehung und Entwicklung der Mengenlehre . . . . .	277
Aus der Frühgeschichte der Mengenlehre . . . . .	277
G. Cantor und die Begründung der Mengenlehre . . . . .	278
Kampf um die Anerkennung der Mengenlehre . . . . .	280
Axiomatisierung der Mengenlehre . . . . .	281
Philosophisch-mathematische Schulen . . . . .	283

### **Vorlesung 14**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Epoche des Übergangs vom Kapitalismus zum Sozialismus/Kommunismus. Teil I*

Die gesellschaftliche Funktion der Mathematik und der Naturwissenschaften . . . . .	289
Tendenzen der Entwicklung der Naturwissenschaften . . . . .	289
Die wissenschaftlich-technische Revolution . . . . .	290
Einige allgemeine Aspekte der Mathematik des 20. Jahrhunderts . . . . .	291
Zur Geschichte der mathematischen Logik . . . . .	294
Aus der Frühgeschichte der mathematischen Logik . . . . .	294
Herausbildung der mathematischen Logik als selbständige Disziplin . . . . .	296
Zur Geschichte der neueren mathematischen Logik . . . . .	297
Die Entwicklung der Algebra seit der Jahrhundertwende . . . . .	298
Die Herausbildung der sogenannten Modernen Algebra . . . . .	298
Entwicklung spezieller Gebiete der neueren Algebra . . . . .	301

### **Vorlesung 15**

*Die Naturwissenschaften, insbesondere die Mathematik, in der Epoche des Übergangs vom Kapitalismus zum Sozialismus/Kommunismus. Teil II*

Zur Entstehung und Entwicklung der Funktionalanalysis . . . . .	305
Die Anfänge der Funktionalanalysis . . . . .	305

---

Die Herausbildung der selbständigen Funktionalanalysis . . . . .	306
Weiterentwicklung der Funktionalanalysis . . . . .	308
Zur Entwicklung der modernen Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	309
Die russische wahrscheinlichkeitstheoretische Schule . . . . .	309
Auf dem Wege zur Axiomatisierung . . . . .	310
Die Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch Kolmogorov . . . . .	311
Entstehung und Entwicklung der linearen Optimierung . . . . .	312
Zur Vorgeschichte der linearen Optimierung . . . . .	313
Der Beginn des Konstituierungsprozesses der linearen Optimierung als selbständige mathematische Disziplin in der UdSSR. . . . .	315
Der Abschluß des Konstituierungsprozesses in den USA. . . . .	316
Zur historischen Entwicklung der programmgesteuerten Rechentechnik . . . . .	317
Anfänge der Programmsteuerung . . . . .	318
Erste programmgesteuerte Rechner . . . . .	318
Die Entwicklung der Computertechnik während der letzten Jahrzehnte . . . . .	320
Ausblick . . . . .	321
 <b>Anhang</b>	
Übersicht über die Entstehungszeit heutiger mathematischer Symbole . . . . .	325
Anmerkungen . . . . .	326
Literatur . . . . .	331
Abbildungsnachweis . . . . .	344
Biographischer Anhang . . . . .	346