

Inhaltsverzeichniss.

	Seite
Vorrede	1

Einleitung.

I. Ursprung der Algebra. Hauptsächliche Erfinder	5
II. Zweck des Werkes	9
III. Gleichungen und deren Wurzeln	10
IV. Imaginäre Wurzeln	14
V. Parabolische Curven, welche die Eigenschaften der Gleichung darstellen	15
VI. Begriff der Grenze als Ursprung der Infinitesimalrechnung	17
VII. Die imaginären Wurzeln und die parabolischen Curven .	18
VIII. Mehrfache Wurzeln	18
IX. Entwicklung einer Function	19
X. Zuwachs der Function.	20

Synoptische Auseinandersetzung der in diesem Werke bewiesenen Resultate.

I. Bestimmung von Intervallen für die reellen Wurzeln einer Gleichung. Theorem (A)	22
II. Kritische Werthe der Variablen, welche das Fehlen von zwei reellen Wurzeln einer Gleichung bedingen	25
III. Regel (B) zur Bestimmung der imaginären Wurzeln. Indices	27
IV. Bemerkungen über die Verwendung der vorstehenden Sätze	30
V. Lineare Annäherung, geordnete Division, Auflösung der Gleichung zweiten Grades	31
VI. Convergenzgrad für die Annäherungen der verschiedenen Grade	31
VII. Erneute Untersuchung der Unterscheidung der imaginären Wurzeln von den reellen	32
VIII. Berechnung der reellen Wurzeln, vorzüglich vermittelt der Kettenbrüche	33
IX. Continuirliche Functionen zur Bestimmung der Wurzeln .	36
X. Die <i>Newton'sche</i> Näherungsmethode und die imaginären Wurzeln	39
XI. Die Kettenbrüche und die Näherungsmethode	42
XII. Auflösung der Buchstabengleichungen	44
XIII. Gleichzeitige Auflösung von zwei Buchstabengleichungen mit zwei Unbekannten	50

	Seite
XIV. Anwendung der dargelegten Principien auf transcendente Functionen	56
XV. und XVI. Sätze zur Bestimmung der Grenzen und Werthe der reellen Wurzeln transcendenter Gleichungen	57
XVII. Recurrente Reihen und algebraische Gleichungen.	63
XVIII. Berechnung aller Gleichungswurzeln durch recurrente Reihen	66
XIX. Bemerkungen über den Zusammenhang zwischen recurrenten Reihen und Gleichungswurzeln	69
XX. Principien der Theorie der Ungleichungen	71
XXI. Anwendungen der Theorie der Ungleichungen	77
XXII. Resumé	80

Erstes Buch.

Methode zur Bestimmung zweier Grenzen für jede reelle Wurzel und zur Unterscheidung der imaginären Wurzeln.

I.—VIII. Beweis des Theorems (A)	82
IX. <i>Descartes'sche</i> Regel	95
X. Bestimmung der Intervalle für die reellen Gleichungswurzeln durch das Theorem (A).	96
XI. Regel des doppelten Vozeichens bei verschwindenden Functionen	96
Anwendung der voraufgehenden Sätze:	
XII. auf die Gleichung $x^5 - 3x^4 - 24x^3 + 95x^2 - 46x - 101 = 0$	98
XIII. > > > $x^4 - 4x^3 - 3x + 23 = 0$	99
XIV. > > > $x^3 + 2x^2 - 3x + 2 = 0$	100
XV. > > > $x^5 + x^4 + x^2 - 25x - 36 = 0$	101
XVI. > > binomischen und trinomischen Gleichungen	102
XVII. > > Gleichung $x^7 - 2x^5 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6 = 0$	104
XVIII. > > > $x^7 + 3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x - 2 = 0$	105
XIX. > > > $x^5 - 10x^3 + 6x + 1 = 0$	106
XX. Intervalle, in denen Wurzeln möglich sind. Intervalle, in denen keine Wurzeln existiren	107
XXI. Wie unterscheidet man die reellen von den imaginären Wurzeln?	108
XXII.—XXV. Untersuchung eines Specialfalles, bei dem nach der Regel (A) in einem Intervalle zwei reelle Wurzeln möglich sind. Criterium für imaginäre Wurzeln	110
XXVI. Mehrfache Wurzeln	115
XXVII. Ein weiterer Specialfall	116
XXVIII. Zusammenfassende Angabe der Unterscheidungsmerkmale der imaginären von den reellen Wurzeln in den untersuchten Specialfällen	116
XXIX. und XXX. Anwendung der voraufgehenden Sätze auf die Gleichungen der Artikel XIV und XV	117
XXXI. und XXXII. Die einem Intervalle entsprechenden Indices.	120
XXXIII. Behandlung des Falles, wo der letzte Index 0 oder 1 ist	122

XXXIV.	Verschiebung des dem Ende nächst stehenden Index 1 nach rechts	123
XXXV.	Die Unterscheidung der reellen von den imaginären Wurzeln ist in allen Fällen mit Hülfe der in XXVIII gefundenen Resultate möglich	125
XXXVI. und XXXVII.	Anwendung der voraufgehenden Sätze auf die Gleichungen der Artikel XII und XIII	127
XXXVIII.	Allgemeine Regel zur Bestimmung der Grenzen der reellen Wurzeln	132
XXXIX.	Behandlung der Gleichung $x^4 - x^3 + 4x^2 + x - 4 = 0$	135
XL.	» » » $x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$	137
XLI.	» » » $x^6 - 12x^5 + 60x^4 + 123x^2 + 4567x - 89012 = 0$	141
XLII.	Zusammenstellung aller behandelten Beispiele	143
XLIII.	Indicatrices für imaginäre Wurzeln	148

Zweites Buch.

Methode zur Berechnung der Werthe der Wurzeln, deren Grenzen bekannt sind, und Bemerkungen über die Convergenz der Annäherungen und über die Unterscheidung der Wurzeln.

I.—IV.	Das <i>Newton'sche</i> (lineare) Näherungsverfahren. Bedingungen für seine Anwendbarkeit	150
V.	Zwei Hilfssätze	155
VI.	Näherungswerth, der grösser als die Wurzel ist	157
VII.	Näherungswerth, der kleiner als die Wurzel ist	159
VIII.	Vergleich der zwei gefundenen Näherungswerthe	160
IX.	Convergenz der linearen Annäherung	161
X.	Die den gefundenen Näherungswerthen entsprechenden Constructionen	163
XI.—XIV.	Bemerkungen zur linearen Annäherung. Unterscheidung der vier möglichen Fälle	166
XV. und XVI.	Zusammenfassung der Resultate	173
XVII.	Die fünf, durch das lineare Näherungsverfahren gelieferten Näherungswerthe	175
XVIII.	Ausziehung der <i>m</i> ten Wurzel mit Hülfe der linearen Annäherung	176
XIX.	Allgemeine Bemerkungen zur exegetischen Methode <i>Vieta's</i> . Angabe der drei im Folgenden zu behandelnden Fragen, um bei der Wurzelberechnung überflüssige Operationen zu vermeiden	178
XX. und XXI.	Die geordnete Division. Regel für die Multiplication	180
XXII.	Auflösung der Gleichung zweiten Grades mit Hülfe der geordneten Division	185
XXIII.	Ausdehnung der Methode auf gewisse Gleichungen höheren Grades. Behandlung der Gleichung $x^3 + 345x = 12$	187
XXIV.	Die zur Berechnung der Wurzeln nothwendigen Substitutionen	190

	Seite
XXV.—XXVIII. Berechnung der reellen Gleichungswurzeln bei ausschliesslicher Verwendung von exacten Ziffern	191
XXIX. Zusammenfassende Angaben zur Berechnung der reellen Gleichungswurzeln	200
XXX. Berechnung der reellen Wurzel von $x^3 - 2x - 5 = 0$ auf 32 Decimalstellen	201
XXXI. und XXXII. Nochmalige Untersuchung der Convergenz bei der linearen Annäherung	209
XXXIII. Convergenz bei der Annäherung zweiten Grades	213
XXXIV. Convergenz bei der Annäherung dritten und höheren Grades	215
XXXV.—XXXIX. Bestimmung des Vorzeichens, das eine gegebene Function $f(x)$ für eine nur näherungsweise bekannte reelle Wurzel einer Gleichung $F(x) = 0$ annimmt. Zusammenhang dieser Frage mit der Unterscheidung der imaginären von den reellen Gleichungswurzeln	219
XL. Neue Methode der Unterscheidung der imaginären von den reellen Wurzeln nach den Resultaten der letzten Artikel	228
XLI.—XLVI. Unterscheidungsmerkmale der imaginären von den reellen Wurzeln mit Hilfe der Annäherung zweiten Grades	229
Anmerkungen des Herausgebers	241