

<b>I</b>	<b>Exposé succinct de la théorie des corps</b>	<b>13</b>
1	Généralités sur les corps et la notion d'extension	13
2	Extensions algébriques	15
3	Clôture algébrique d'un corps	16
4	Extensions séparables	21
5	Trace et norme	27
6	Extensions normales	28
7	Extensions galoisiennes	29
8	Corps finis	32
9	Extensions cyclotomiques	35
<b>II</b>	<b>Classes résiduelles et loi de réciprocité quadratique</b>	<b>37</b>
1	Classes résiduelles	37
2	Loi de réciprocité quadratique	40
<b>III</b>	<b>Récapitulation sur les groupes finis</b>	<b>47</b>
1	Généralités sur les groupes finis	47
2	Théorèmes de Sylow	49
3	$p$ -groupes	51
4	Caractères des groupes abéliens finis	53
<b>IV</b>	<b>Les nombres <math>p</math>-adiques</b>	<b>59</b>
1	Valeur absolue d'un corps	59
2	Complétion d'un corps valué. Nombres $p$ -adiques	64
3	Fonctions exponentielles et logarithmes	68
4	Valuations d'un corps	76
5	Corps valués henséliens	84
6	Compacité d'un anneau de valuation	90

<b>V</b>	<b>Les corps valués de Witt</b>	93
1	Anneau de Witt	93
2	Corps de Witt	97
3	Représentants multiplicatifs	100
<b>VI</b>	<b>Etude de quelques classes d'extensions galoisiennes</b>	107
1	Extensions cycliques de degré égal à la caractéristique	107
2	Extensions cycliques de Kummer	109
3	Extensions abéliennes de Kummer	112
4	$p$ -extensions abéliennes	114
<b>VII</b>	<b>Théorie de Galois pour les extensions de degré infini</b>	121
1	Rappel sur les groupes topologiques	121
2	Limite projective	122
3	Groupe de Galois d'une extension de degré infini	126
4	Groupe de Galois de la clôture algébrique de $\mathbb{F}_p$	130
<b>VIII</b>	<b>La clôture abélienne du corps des rationnels</b>	135
<b>IX</b>	<b>Les corps ordonnables</b>	143
1	Corps ordonnés	143
2	Corps ordonnables	145
3	Extensions ordonnées	148
4	Le théorème de Sturm	159
5	Extension ordonnée maximale	163
6	Exemples d'applications en théorie des nombres algébriques	166
<b>X</b>	<b>Sommes de carrés</b>	177
1	Somme des carrés de deux entiers	177
2	Le théorème de Lagrange	179
3	Les sommes de $2^k$ carrés d'éléments d'un corps forment un groupe multiplicatif	184
4	Le niveau d'un corps	191
5	17 <sup>e</sup> problème de Hilbert	198
<b>XI</b>	<b>La dimension diophantienne des corps</b>	213
1	Dimension diophantienne	213
2	Relations entre les dimensions diophantiennes de deux corps	217
3	Dimension diophantienne de $\mathbb{Q}_p$	226