

Chapitre I. COHOMOLOGIE DES GROUPES PROFINIS

<u>§ 1. Groupes profinis.</u>	I-1
1.1. Définition	I-1
1.2. Sous-groupes	I-2
1.3. Indices	I-3
1.4. Pro-p-groupes et p-groupes de Sylow	I-4
1.5. Pro-p-groupes libres	I-5
<u>§ 2. Cohomologie.</u>	I-8
2.1. Les G-modules discrets	I-8
2.2. Cohafines, cocycles, cohomologie	I-8
2.3. Basses dimensions	I-10
2.4. Functorialité	I-11
2.5. Modules induits	I-12
2.6. Compléments	I-14
<u>§ 3. Dimension cohomologique</u>	I-17
3.1. La p-dimension cohomologique	I-17
3.2. Dimension cohomologique stricte	I-18
3.3. Dimension cohomologique des sous-groupes et des extensions	I-20
3.4. Caractérisation des groupes profinis G tels que $\text{cd}_p(G) < 1$	I-23
3.5. Modules dualisants	I-27
<u>§ 4. Cohomologie des pro-p-groupes</u>	I-32
4.1. Modules simples	I-32
4.2. Interprétation de $H_2^1$ : générateurs	I-34
4.3. Interprétation de $H^1$ : relations	I-39
4.4. Un théorème de Šafaverič	I-42
4.5. Groupes de Poincaré	I-47
<u>§ 5. Cohomologie non abélienne</u>	I-56
5.1. Définition de $H^0$ et de $H^1$	I-56
5.2. Espaces principaux homogènes sur A - nouvelle définition de $H^1(G, A)$	I-57
5.3. Torsion	I-59
5.4. Suite exacte de cohomologie associée à un sous-groupe	I-63
5.5. Suite exacte de cohomologie associée à un sous-groupe distingué	I-66
5.6. Cas d'un sous-groupe abélien distingué	I-68
5.7. Cas d'un sous-groupe central	I-71
5.8. Compléments	I-73
5.9. Une propriété des groupes de dimension cohomologique $\leq 1$	I-74
<u>Indications bibliographiques sur le Chapitre I</u>	I-78
<u>Annexe</u> (Quelques théorèmes de dualité)	I-79

## Chapitre II. COHOMOLOGIE GALOISIENNE - CAS COMMUTATIF

§ 1. Généralités	II-1
1.1. Cohomologie galoisienne	II-1
1.2. Premiers exemples	II-3
§ 2. Critères de dimension cohomologique	II-3
2.1. Un résultat auxiliaire	II-4
2.2. Cas où $p$ est égal à la caractéristique	II-4
2.3. Cas où $p$ est différent de la caractéristique	II-6
§ 3. Corps de dimension $\leq 1$	II-7
3.1. Définition	II-7
3.2. Relation avec la propriété $(C_1)$	II-9
3.3. Exemples de corps de dimension $\leq 1$	II-10
§ 4. Théorèmes de transition	II-13
4.1. Extensions algébriques	II-13
4.2. Extensions transcendentes	II-13
4.3. Corps locaux	II-15
4.4. Dimension cohomologique du groupe de Galois d'un corps de nombres algébriques	II-16
4.5. La propriété $(C_r)$	II-18
§ 5. Corps $p$ -adiques	II-20
5.1. Rappels	II-20
5.2. Cohomologie des $G_k$ -modules finis	II-21
5.3. Premières applications	II-25
5.4. Caractéristique d'Euler-Poincaré (cas élémentaire)	II-26
5.5. Cohomologie non ramifiée	II-27
5.6. Le groupe de Galois de la $p$ -extension maximale de $k$	II-29
5.7. Caractéristiques d'Euler-Poincaré	II-34
5.8. Groupes de type multiplicatif	II-39
§ 6. Corps de nombres algébriques	II-44
6.1. Modules finis - définition des groupes $P^i(k, A)$	II-44
6.2. Le théorème de propreté	II-46
6.3. Énoncés des théorèmes de Poitou et Tate	II-48
<u>Indications bibliographiques sur le Chapitre II</u>	II-50

## Chapitre III. COHOMOLOGIE GALOISIENNE NON COMMUTATIVE

§ 1. Formes	III-1
1.1. Tenseurs	III-2
1.2. Exemples	III-4
1.3. Variétés, groupes algébriques, etc.	III-6

§ 2. Corps de dimension $\leq 1$	III-7
2.1. Rappel sur les groupes linéaires	III-8
2.2. Nullité de $H^1$ pour les groupes linéaires connexes	III-10
2.3. Une conjecture	III-14
2.4. Points rationnels dans les espaces homogènes	III-16
§ 3. Corps de dimension $\leq 2$	III-23
3.1. Énoncé des conjectures	III-23
3.2. Exemples	III-24
3.3. Questions voisines	III-26
§ 4. Théorèmes de finitude	III-27
4.1. La condition (F)	III-27
4.2. Corps de type (F)	III-29
4.3. Finitude de la cohomologie des groupes linéaires	III-30
4.4. Finitude d'orbites	III-33
4.5. Le cas réel	III-35
4.6. Corps de nombres algébriques (théorème de Borel)	III-37
4.7. Un contre-exemple au "principe de Hasse"	III-38
<u>Indications bibliographiques sur le Chapitre III</u>	III-45

## DUALITÉ DANS LA COHOMOLOGIE DES GROUPES PROFINIS

(par Jean-Louis VERDIER)

1. Modules induits et co-induits	V-1
2. Homomorphismes locaux	V-7
3. Le théorème de dualité	V-11
4. Application du théorème de dualité	V-19
BIBLIOGRAPHIE	B-1
ERRATA	E-1
SUPPLÉMENTS	S-1