

# Table des matières

|   |    |
|---|----|
| I. Dérivations et différentielles . . . . . | 1  |
| a) Définitions . . . . .                    | 1  |
| b) Propriétés . . . . .                     | 5  |
| c) Compléments . . . . .                    | 11 |
| II. Complexes de modules . . . . .          | 17 |
| a) Complexes simples . . . . .              | 17 |
| b) Complexes doubles . . . . .              | 23 |
| c) Foncteurs nuls . . . . .                 | 28 |
| III. Complexes cotangents . . . . .         | 34 |
| a) Définitions de base . . . . .            | 34 |
| b) Propriétés élémentaires . . . . .        | 39 |
| c) Algèbres limites . . . . .               | 43 |
| IV. Résolutions simpliciales . . . . .      | 48 |
| a) Théorie simpliciale . . . . .            | 48 |
| b) Résolutions simpliciales . . . . .       | 53 |
| c) Quelques isomorphismes . . . . .         | 57 |
| V. Suites de Jacobi-Zariski . . . . .       | 61 |
| a) Suites exactes . . . . .                 | 61 |
| b) Démonstrations . . . . .                 | 65 |
| c) Résultats . . . . .                      | 68 |
| VI. Suites régulières . . . . .             | 75 |
| a) Premiers modules d'homologie . . . . .   | 75 |
| b) Diviseurs de zéro . . . . .              | 81 |
| c) Suites régulières . . . . .              | 85 |
| VII. Extensions de corps . . . . .          | 91 |
| a) Résultats élémentaires . . . . .         | 91 |
| b) Extensions séparables . . . . .          | 95 |
| c) Généralisation . . . . .                 | 99 |

|  |     |
|--|-----|
| VIII. Modules simpliciaux . . . . .                | 105 |
| a) Modules d'homotopie . . . . .                   | 105 |
| b) Premiers résultats . . . . .                    | 108 |
| c) Quasi-applications . . . . .                    | 114 |
| IX. Résolutions pas-à-pas . . . . .                | 119 |
| a) Préliminaires . . . . .                         | 119 |
| b) Constructions . . . . .                         | 125 |
| c) Naturalité . . . . .                            | 132 |
| X. Modules d'Artin-Rees . . . . .                  | 135 |
| a) Résolutions et homomorphismes . . . . .         | 135 |
| b) Modules d'Artin-Rees . . . . .                  | 139 |
| c) Anneaux complets . . . . .                      | 144 |
| XI. Algèbres modèles . . . . .                     | 147 |
| a) Généralités . . . . .                           | 147 |
| b) Cas libre . . . . .                             | 151 |
| c) Cas projectif . . . . .                         | 154 |
| XII. Algèbres symétriques . . . . .                | 159 |
| a) Résultats . . . . .                             | 159 |
| b) Démonstrations . . . . .                        | 162 |
| c) Complexes de Koszul . . . . .                   | 166 |
| XIII. Convergence . . . . .                        | 172 |
| a) Un résultat de Quillen . . . . .                | 172 |
| b) Isomorphismes et algèbres symétriques . . . . . | 175 |
| c) Isomorphismes et modules Tor . . . . .          | 179 |
| XIV. Algèbres extérieures . . . . .                | 183 |
| a) Définitions . . . . .                           | 183 |
| b) Résultats . . . . .                             | 189 |
| c) Homomorphismes d'Eilenberg-MacLane . . . . .    | 193 |
| XV. Deuxièmes modules d'homologie . . . . .        | 199 |
| a) Préliminaires . . . . .                         | 199 |
| b) Résultats . . . . .                             | 203 |
| c) Une suite exacte . . . . .                      | 208 |
| XVI. Extensions d'algèbres . . . . .               | 214 |
| a) Définitions et résultats . . . . .              | 214 |

|                    |  |     |
|--------------------|--|-----|
| b)                 | Algèbres lisses . . . . .                              | 221 |
| c)                 | Théorème de Cohen . . . . .                            | 224 |
| XVII.              | Dimension homologique . . . . .                        | 231 |
| a)                 | Un résultat de Gulliksen . . . . .                     | 231 |
| b)                 | Dimension homologique . . . . .                        | 234 |
| c)                 | Démonstration . . . . .                                | 237 |
| XVIII.             | Algèbre homologique . . . . .                          | 242 |
| a)                 | Quelques isomorphismes . . . . .                       | 242 |
| b)                 | Produits tensoriels . . . . .                          | 245 |
| c)                 | Algèbres anticommutatives . . . . .                    | 251 |
| XIX.               | Algèbres de Hopf . . . . .                             | 257 |
| a)                 | Comultiplications . . . . .                            | 257 |
| b)                 | Algèbres de Hopf . . . . .                             | 263 |
| c)                 | Caractéristique nulle . . . . .                        | 269 |
| XX.                | Compléments . . . . .                                  | 275 |
| a)                 | Exercices . . . . .                                    | 275 |
| b)                 | Compléments . . . . .                                  | 280 |
| c)                 | Généralisations . . . . .                              | 283 |
| Appendice.         | Géométrie algébrique . . . . .                         | 287 |
| a)                 | Faisceaux de modules . . . . .                         | 287 |
| b)                 | Algèbre homologique . . . . .                          | 290 |
| c)                 | Complexe cotangent . . . . .                           | 293 |
| d)                 | Changement de base . . . . .                           | 296 |
| e)                 | Résolutions simpliciales . . . . .                     | 301 |
| f)                 | Suites de Jacobi-Zariski . . . . .                     | 304 |
| g)                 | Extensions d'Algèbres . . . . .                        | 308 |
| h)                 | Géométrie algébrique . . . . .                         | 313 |
| Supplément.        | Algèbres analytiques . . . . .                         | 317 |
| a)                 | Homologie des algèbres analytiques . . . . .           | 317 |
| b)                 | Anneaux réguliers et intersections complètes . . . . . | 323 |
| c)                 | Complexes cotangents acycliques . . . . .              | 330 |
| Bibliographie      | . . . . .  | 334 |
| Index des termes   | . . . . .  | 339 |
| Index des symboles | . . . . .  | 341 |