

TABLE DES MATIÈRES

<i>Guide du lecteur</i>	XVII
-------------------------------	------

EXPOSÉ 1. — **Limites d'espaces** (Georges Poinou).

1. *Définitions générales*

1.1 Espace quotient	1
1.2 Espace somme	2
1.3 Espace limite inductive	3
1.4 Sous-espace	6
1.5 Espace produit	6
1.6 Espace limite projective	8
1.7 Espace produit restreint	11

2. *Limites projectives*

2.1 Espaces séparés	12
2.2 Espaces compacts	12
2.3 Espaces totalement discontinus	13
2.4 Limites projectives de compacts	14

3. *Limites inductives et produits restreints*

3.1 Morphismes stricts	15
3.2 Espaces quotients	16
3.3 Limites inductives	17
3.4 Produits restreints	18
3.5 Espaces localement compacts	20
3.6 Parties relativement compactes	21

Annexe

1. Compacité d'un produit de compacts	23
2. Compacité locale	24

EXPOSÉ 2. — **Limites de groupes** (Hélène Ferru).

1. *Groupes topologiques*

1.1 Généralités	25
1.2 Liaison avec l'exposé 1	26
1.3 Sous-groupes	26
1.4 Groupe produit	26

1.5	Limite projective	27
1.6	Espace homogène et groupe quotient	27
2. <i>Groupes compacts totalement discontinus</i>		
2.1	Limite projective de groupes finis	29
2.2	Existence de sections	30
2.3	Nombres p -adiques	32
3. <i>Limite inductive</i>		
3.1	Produit restreint de groupes topologiques	34
3.2	Somme directe de groupes discrets	35
4. <i>Suites exactes</i>		
4.1	Complexes	36
4.2	Suites exactes	36
4.3	Produits	37
4.4	Limites inductives	37
4.5	Produits restreints	38
4.6	Limites projectives	39

EXPOSÉ 3. — Groupes de Galois (Lucile Bégueri).

1. <i>Extensions algébriques</i>		
1.1	Extensions	41
1.2	Extensions algébriques	41
1.3	Extensions séparables	42
1.4	Extensions normales	42
1.5	Prolongements d'isomorphismes	42
1.6	Extensions galoisiennes	43
1.7	Points fixes d'un groupe d'automorphismes	43
2. <i>Théorie de Galois (extensions finies)</i>		
2.1	Théorème fondamental	44
2.2	Conséquences	44
2.3	Composée de deux extensions dont l'une est galoisienne	44
3. <i>Théorie de Galois (extensions infinies)</i>		
3.1	Limites projectives	45
3.2	Topologie d'un groupe de Galois	46
3.3	Théorème fondamental	48
3.4	Applications	48
4. <i>Exemples</i>		
4.1	p -extension maximale d'un corps fini	49
4.2	Clôture algébrique d'un corps fini	50
4.3	Extension cyclotomique maximale	50

EXPOSÉ 4. — **Cohomologie des groupes compacts totalement discontinus**
(Robert Bantegnie).

1. <i>Modules topologiques discrets</i>	
1.1 Définitions	53
1.2 Sous-objets	54
1.3 Quotients	55
1.4 Produits	55
1.5 Produits tensoriels	55
1.6 Modules d'homomorphismes	56
1.7 Limites	57
1.8 Exemples de modules sur les groupes de Galois	58
2. <i>Modules injectifs</i>	
2.1 Définition	59
2.2 Plongements	60
3. <i>Énoncé des théorèmes principaux</i>	
3.1 Catégories et foncteurs	62
3.2 Foncteurs cohomologiques	63
3.3 Applications naturelles	64
3.4 Théorème d'unicité	65
3.5 Théorème d'existence	65
4. <i>Preuve de l'unicité</i>	
4.1 Preuve du théorème 1.	66
4.2 Plan de la preuve du théorème 2.	66
4.3 Preuve du lemme 1	68
4.4 Preuve du lemme 2	69
4.5 Preuve du lemme 3	70
4.6 Indications sur l'existence	71
5. <i>Modules induits</i>	
5.1 Définition	71
5.2 Changement de groupe	73
5.3 Plongement dans un module induit	74
5.4 En sens inverse	75
5.5 Le foncteur M_G	75
6. <i>Preuve de l'existence</i>	
6.1 Définition de $S^n(A)$	76
6.2 Le foncteur covariant additif S^n	77
6.3 Nullité	77
6.4 Le foncteur cohomologique S	78
<i>Annexe. — Transmission de l'homologie dans un diagramme commutatif.</i>	83

EXPOSÉ 5. — **Changement de groupe** (Marie-Claire Ayats).

1. <i>Applications canoniques</i>	
1.1 Principe général	87
1.2 Restriction	88

1.3	Inflation	88
1.4	Conjugaison	89
2.	<i>Composition des applications canoniques</i>	
2.1	Principe général	90
2.2	Composition de deux applications canoniques de même nature	90
2.3	Composition de restriction et inflation	92
2.4	Composition de restriction et conjugaison	93
2.5	Composition d'inflation et de conjugaison	93
3.	<i>Suite exacte de Hochschild-Serre</i>	
3.1	Foncteurs composés	94
3.2	Application successive de $H(F, \quad)$ et de $H(G/F, \quad)$	94
3.3	Comparaison avec l'application directe de $H(G, \quad)$	95
3.4	Identification des applications	97
4.	<i>Sous-groupes ouverts</i>	
4.1	Définition de la corestriction	100
4.2	Composition des corestrictions	100
4.3	Composition de corestriction et inflation	100
4.4	Composition de corestriction et conjugaison	101
4.5	Composition de corestriction et restriction	101

EXPOSÉ 6. — **Calculs explicites** (Emmanuel Crépeaux).

1.	<i>Complexe standard</i>	
1.1	Fonctions sur G	103
1.2	L'opérateur bord	104
1.3	Cochânes homogènes	105
1.4	Calcul de la cohomologie	106
1.5	Cochânes non homogènes	108
1.6	Applications canoniques	108
1.7	Limites	110
1.8	Petites dimensions	112
2.	<i>Groupes cycliques</i>	
2.1	Complexe associé à un groupe cyclique fini	113
2.2	Applications canoniques	114
2.3	Calcul de la corestriction	115
2.4	Cohomologie du groupe $\hat{\mathbb{Z}}$	116

EXPOSÉ 7. — **Cup-Produit** (André Pillons).

1.	<i>Rappel sur les produits tensoriels</i>	
1.1	Produit tensoriel de modules	119
1.2	Premières propriétés du produit tensoriel	120
1.3	Produit tensoriel d'homomorphismes	120
1.4	Produit tensoriel de sommes directes	121
1.5	Produit tensoriel de G -modules	121

2. Définition des cup-produits	
2.1 Énoncé du théorème fondamental	122
2.2 Preuve de l'unicité	123
2.3 Produit de cochaînes	124
2.4 Vérification des axiomes	126
2.5 Autre forme de cup-produit	127
3. Changement de groupe	
3.1 Restriction	128
3.2 Inflation	129
3.3 Relations entre cup-produit, restriction, corestriction	129
4. Cas où G est un groupe cyclique fini	

EXPOSÉ 8. — **Modules semi-locaux** (Christiane Chamfy).

1. Modules induits et modules semi-locaux	
1.1 Modules relativement induits	135
1.2 Le foncteur M_G^f	136
1.3 Modules semi-locaux	137
2. Isomorphisme semi-local	
2.1 Existence	138
2.2 Expression au moyen des applications canoniques	138
2.3 Application	138
3. Compatibilité des structures semi-locales	
3.1 Compatibilité avec le facteur Hom	141
3.2 Compatibilité avec le produit tensoriel	142
3.3 Compatibilité avec les limites	142
3.4 Commutation avec la restriction	143
3.5 Commutation avec l'inflation	144
3.6 Commutation avec la conjugaison	145
3.7 Commutation avec la corestriction	145
3.8 Commutation avec le cup-produit	147

EXPOSÉ 9. — **Nombres p -adiques** (Denise Legrand).

1. Corps valués	
1.1 Valuations réelles	149
1.2 Valeurs absolues	150
1.3 Cas du corps des nombres rationnels	150
1.4 Complétion	151
1.5 Corps complets pour une valuation discrète	151
2. Prolongement des valuations discrètes	
2.1 Indépendance des valuations	152
2.2 Ramification, degré résiduel	153

2.3	Prolongements d'une valuation discrète.....	153
2.4	Cas d'une extension galoisienne	154
3.	<i>Prolongements d'une valuation discrète d'un corps complet</i>	
3.1	Espaces vectoriels normés	155
3.2	Unicité du prolongement	156
3.3	Existence du prolongement	156
4.	<i>Ramification</i>	
4.1	Extensions non ramifiées	158
4.2	Extensions totalement ramifiées	159
4.3	Décomposition d'une extension finie	160
4.4	Extensions composées.....	160
4.5	Groupes de Galois	160

EXPOSÉ 10. — **Invariants locaux** (Suzanne Dixmier).

1.	<i>Cohomologie d'une extension galoisienne</i>	163
2.	<i>Extensions galoisiennes p-adiques</i>	164
3.	<i>Annexe : extensions cycliques</i>	167

EXPOSÉ 11. — **Dualité de Pontrjagin** (Michel Parreau).

1.	<i>Caractères</i>	
1.1	Définitions	171
1.2	Groupe bidual	172
1.3	Transformée d'un morphisme.....	172
1.4	Orthogonalité.....	173
2.	<i>Dual d'un produit, d'un quotient, d'un sous-groupe</i>	
2.1	Dual d'un produit	173
2.2	Dual d'un quotient	174
2.3	Dual d'un sous-groupe ouvert.....	174
3.	<i>Limites projectives, limites inductives</i>	
3.1	Limites projectives	175
3.2	Limites inductives	176
3.3	Application au théorème de Pontrjagin.....	176
4.	<i>Groupes élémentaires. Groupes discrets. Groupes compacts</i>	
4.1	Groupe abélien localement compact totalement discontinu.....	176
4.2	Groupes élémentaires	177
4.3	Groupes abéliens discrets et groupes abéliens compacts.....	178
5.	<i>Démonstration du théorème de Pontrjagin</i>	
5.1	Groupes abéliens de type compact.....	179
5.2	Groupes abéliens localement compacts.....	180

6. *Applications*

6.1 Morphismes stricts	180
6.2 Produits restreints	181

Annexe

1 Mesure de Haar dans un groupe compact	182
2 Produit de composition dans G	183
3 Opérateurs compacts	184
4. Totalité de l'ensemble des caractères	185

EXPOSÉ 12. — **Dualité locale** (Lucile Bégueri).1. *Déviissage*

1.1 Foncteurs galoisiens	187
1.2 Modules primaires	188
1.3 Finitude	189
1.4 Etude d'une application naturelle de foncteurs galoisiens sur $\mathcal{A}_0^p(G)$	190
1.5 Cup-produit	193

2. *Cas p-adique*

2.1 Cup-modules de g, γ, G	195
2.2 Cohomologie des modules élémentaires	198
2.3 Dualité	202
2.4 Orthogonalité	205

3. *Cas réel*EXPOSÉ 13. — **Corps de nombres algébriques** (Roger Descombes).1. *Factorisation des idéaux*

1.1 Entiers ; idéaux	209
1.2 Propriétés d'approximation locale	211
1.3 Idéaux et diviseurs	212
1.4 Le groupe des idéaux	213

2. *Relèvement et décomposition des idéaux*

2.1 Le théorème de l'élément primitif	215
2.2 Localisation d'une extension	216
2.3 Décomposition des idéaux dans une extension	217
2.4 Cas des extensions galoisiennes	217
2.5 Normes et traces locales et globales	217
2.6 Norme des idéaux	218
2.7 Norme et classes résiduelles	219

3. *Problèmes globaux*

3.1 Formule du produit	220
3.2 Ramification	221

3.3	Bases des entiers et des idéaux.....	222
3.4	Différente	224
3.5	Discriminant absolu	224
3.6	Groupe des classes d'idéaux.....	226
3.7	Groupe des unités	227

EXPOSÉ 14. — Idèles

1. Idèles et classes d'idèles

1.1	Idèles d'un corps de nombres algébriques.....	233
1.2	Classes d'idèles d'un corps de nombres algébriques.....	235
1.3	Valeur absolue d'un idèle ou d'une classe d'idèles.....	235
1.4	Idèles de la clôture séparable.....	237
1.5	Classes d'idèles de la clôture séparable.....	238

2. Cohomologie

2.1	Cohomologie des idèles	241
2.2	Cohomologie « idélique » des modules finis. Définition du morphisme ω^q	242
2.3	Propriétés du morphisme ω^q	245
2.4	Le morphisme j^q	247
2.5	Cup-produits	251

EXPOSÉ 15. — Propriétés globales des modules finis (Georges Poitou).

1. Rappels de la théorie du corps de classes

1.1	Cohomologie des classes d'idèles	255
1.2	Normes universelles	256
1.3	Cohomologie modifiée des groupes finis.....	257
1.4	Théorèmes de Tate-Nakayama.....	258

2. Cohomologie limite projective

2.1	Rappels sur la cohomologie des groupes finis.....	258
2.2	Limites projectives	260
2.3	Cup-produits	261
2.4	Application aux classes d'idèles.....	262

3. Premières propriétés des applications j

3.1	Faisons le point.....	268
3.2	Questions topologiques	270
3.3	Noyaux de ω et ε en degré 0.....	271
3.4	Conclusion de cette partie	273

4. Images des applications j en degré 1

4.1	Cas élémentaire	274
4.2	Dévisage	275
4.3	Cas général.....	277