

Inhaltsverzeichnis.

Erster Theil.

Theorie der Determinanten.

§ 1. Permutation und Substitution.

Absatz.		Seite
1.	Permutation	1
2.	Derangement	1
3.	Abzählung der Derangements durch Theilung	2
4.	Begriff der Substitution	3
5.	Arten der Substitutionen	5
6—9.	Herstellung der verschiedenen Substitutionen durch einander	7
10—12.	Classification der verschiedenen Substitutionen	11

§ 2. Begriff der Determinanten.

13.	Verwendung der Substitutionen zur Herstellung aller Glieder einer Determinante	15
14.	Definition der Determinante	17
15.	Berechnung des Werthes einer Determinante aus ihrer Matrix	19
16.	Methode zur Aufstellung von Lehrsätzen über Determinanten	21
17.	Transposition	21
18.	Bezeichnungen einer Determinante	23
19—20.	Vertauschung von Columnen und Zeilen	24
21—23.	Beispiele zur Vertauschung von Columnen und Zeilen	28

§ 3. Unterdeterminanten erster Ordnung.

24.	Begriff der Unterdeterminante erster Ordnung A_{ik}	31
25—26.	Berechnung der Unterdeterminante A_{ik}	32
27.	Beispiele	33
28—29.	Entwicklung der Determinante nach Unterdeterminanten	34
30.	Beispiele	35
31—33.	Beziehungen zwischen den Minoren erster Ordnung A_{ik}	36
34.	Anwendungen dieser Beziehungen	38
35—36.	Addition von Determinanten	40
37.	Beispiele	40
38.	Multiplication der Determinante mit einem Factor λ	42
39.	Verbindung des Additions- und Multiplicationsgesetzes	42
40.	Anwendungen der Sätze dieses §	43

Absatz.	§ 4. Partialdeterminanten höherer Ordnung.	Seite
41.	Begriff der Unterdeterminante zweiter Ordnung	47
42.	Beziehung des Minors zweiter Ordnung zum Minor erster Ordnung	48
43.	Beispiel	49
44—45.	Begriff des Minors p^{ter} Ordnung	50
46—48.	Berechnung des Minors p^{ter} Ordnung	51
49—51.	Correspondirende Determinante des Minors p^{ter} Ordnung	53
52.	Beispiele	57
§ 5. Entwicklung der Determinante in eine Summe von Producten correspondirender Determinanten.		
(Satz von Laplace.)		
53.	Entwicklung in eine Summe von Producten aus Minoren $(n-2)^{\text{ter}}$ Ord- nung und deren correspondirenden Unterdeterminanten	59
54.	Entwicklung in eine Summe von Producten aus Minoren $(n-3)^{\text{ter}}$ Ord- nung und deren correspondirenden Minoren	61
55.	Allgemeiner Fall	61
56—58.	Anwendungen des Laplace'schen Satzes zur Bildung von Relationen zwischen Minoren	62
59—61.	Berechnung von Determinanten mit Hilfe des Laplace'schen Satzes	65
62.	Entwicklung der Determinante nach Producten von Elementen zweier sich schneidender Reihen	67
63—66.	Entwicklung der Determinante nach Producten von Elementen zweier Paare sich schneidender Reihen	68
67.	Begriff der Ränderung	72
§ 6. Multiplication von Determinanten.		
68—71.	Erste Art Determinanten zu multipliciren	73
72.	Zweite Art der Multiplication	77
73.	Symmetrische Determinanten	77
74.	Lineare Relationen zwischen Minoren symmetrischer Determinanten	78
75—84.	Multiplication von Matrices, welche keine Determinanten darstellen.	79
§ 7. Adjungirte Determinanten und correspondirende Matrices.		
85.	Definition der adjungirten Determinante	88
86.	Werth der adjungirten Determinante	89
87—88.	Werth eines Minors der adjungirten Determinante	89
89.	Beispiel	93
90.	Definition der correspondirenden Matrices.	94
91—94.	Lehrsatz über correspondirende Matrices	95
95.	Beispiel	99

Zweiter Theil.

Anwendungen der Determinantentheorie.

§ 8. Systeme linearer Gleichungen und deren Auflösung.		
96—97.	Auflösung eines Systemes (I) von n linearen homogenen Gleichungen mit n Unbekannten.	101
98.	Begriff der Resultante homogener linearer Gleichungen	102

Absatz.	Seite
99—101. Auflösung des Systemes (I), wenn dessen Resultante nebst allen Minoren ($\mu - 1$) ^{ter} Ordnung verschwinden	103
102. Auflösung von $n - 1$ homogenen Gleichungen mit n Unbekannten	106
103. Eindeutigkeit dieser Lösung	107
104. Beispiele	108
105—110. Auflösung von μ homogenen Gleichungen mit n Unbekannten, wenn $n > \mu + 1$ (mit einem zweiten Beweis des Lehrsatzes über correspondirende Matrices)	109
111. Auflösung eines Systemes von n nicht homogenen Gleichungen mit n Unbekannten	117
112. Discussion der Lösung	118
113. Beispiele	118
§ 9. Functionaldeterminanten.	
114. Definition der Functionaldeterminante	120
115. Die Functionaldeterminante ist eine alternirende Function	121
116. Darstellung eines Minors der Functionaldeterminante	121
117—118. Productsatz für Functionaldeterminanten	122
119. Die Functionaldeterminante als ein Product partieller Differentialquotienten	125
120. Differentialquotienten von Minoren der Functionaldeterminante	127
121—125. Functionaldeterminante eines Systems von Functionen, zwischen denen eine Relation besteht	128
§ 10. Der grösste gemeinsame Factor.	
126—127. Euclid'sches Verfahren für zwei ganze Zahlen a und b	131
128. Grösster gemeinschaftlicher Theiler von $f(x)$ und $\varphi(x)$	133
129. Exposition der in diesem § zu lösenden Aufgaben	135
130—131. Definition und Berechnung der Resultante $R_{f, \varphi}$ von f und φ	136
132—136. Berechnung eines gemeinschaftlichen Factors ($q + 1$) ^{ten} Grades von f und φ	139
137. Beispiel	143
§ 11. Eigenschaften der Resultante $R_{f, \varphi}$ zweier Functionen $f(x)$ und $\varphi(x)$.	
138. Darstellung der Methode zur Ermittlung dieser Eigenschaften.	145
139. Beweis: $R_{f, \varphi} = (-1)^{n \cdot m} R_{\varphi, f}$	146
140. Beweis: $R_{f, \varphi} = R_x^n \varphi\left(\frac{1}{x}\right), x^m f\left(\frac{1}{x}\right)$	146
141. Beweis: $R_{f(\lambda x), \varphi(\lambda x)} = \lambda^{m \cdot n} R_{f, \varphi}$	147
142. Schnittpunkte zweier Curven m^{ter} und n^{ter} Ordnung	148
143—144. Die Resultante als Functionaldeterminante	148
145. Beweis: $R_{f + \varphi \cdot \psi, \varphi} = R_{f, \varphi}$, wenn ψ vom Grade q in x , und $q + n < m$	150
146. Beispiel: $R_{f + \lambda \varphi, \varphi} = R_{f, \varphi}$	149
147. Beweis: $R_{f(x+u), \varphi(x+u)} = R_{f, \varphi}$	152
148—150. Reduction der Sylvester'schen Form von $R_{f, \varphi}$ auf die Bézout'sche Form	153

Absatz.		Seite
151.	Cayley'sche Methode für diese Reduction	158
152.	Beispiel	161
153—154.	Beweis: $R_{f,\varphi} \cdot \psi = R_{f,\varphi} \cdot R_{f,\psi}$, wenn $q + n \leq m$	162
155.	Beispiele	164

§ 12. Fundamentalsatz der Algebra.

156.	Transcendenter Theil des Beweises	166
157.	Gedankengang für den algebraischen Theil des Beweises.	167
158.	Classification der Gleichungen nach dem Grade ihrer Auflösbarkeit	167
159—160.	Jede Gleichung besitzt einen linearen Factor, wenn sie überhaupt einen Factor hat	168
161—162.	Jede Gleichung muss einen Factor besitzen	170

§ 13. Zusammenhang der Resultante mit den Wurzeln der Gleichungen.

163—164.	Berechnung der gemeinsamen Wurzel zweier Gleichungen.	174
165—166.	Zusammenhang zwischen Coefficienten und Wurzeln einer Gleichung	176
167.	Potenzsummen der Wurzeln	178
168—172.	Die Resultante $R_{f,\varphi}$ als Product der Wurzeldifferenzen.	179

§ 14. Die Discriminante.

173.	Definition der Discriminante	185
174—177.	Berechnung derselben	186
178.	Ueber das Auftreten einer mehrfachen Wurzel von f in der ersten Abgeleiteten von f	190
179—180.	Berechnung der Doppelwurzel einer Gleichung $f = 0$	191
181.	Dritter Beweis, dass $R_{f_1,f} = R_{f_1,f_2}$	193
182—183.	Beispiele	194

§ 15. Simultanes System homogener linearer diophantischer Gleichungen.

(Anhang zu § 8.)

184.	Aufsuchung ganzzahliger Lösungen Einer Gleichung	196
185.	Beispiel	198
186.	Auflösung mehrerer simultaner diophantischer Gleichungen	198
187—189.	Ganzzahlige positive Lösungen	199