

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I. Der klassische Fall

§ 1. Möbiusgeometrie	1
1. Euklidische Kreise. Möbiussche Kreise	1
2. Die Gruppe $\Gamma(\mathbb{C})$	4
3. Winkel	5
4. Ebene Schnitte einer Kugel. Tetrazyklische Koordinaten	8
5. Möbiusgeometrie	11
§ 2. Laguerregeometrie	11
1. Speere. Zykel	11
2. Das zyklographische Modell	16
3. Das Zylindermodell. Blaschke-Abbildung	17
4. Das isotrope Modell	19
5. Duale Zahlen	21
6. Duale Zahlen in der Laguerregeometrie	26
7. Die Gruppe $\Gamma(\mathbb{D})$	28
8. Tangentialdistanzen	30
9. Isotrope Winkel	35
10. Laguerregeometrie	36
§ 3. Liegeometrie	37
1. Liezykel	37
2. Pentazyklische Koordinaten	38
3. Liefiguren. Die Automorphismengruppe	40
4. Liegeometrie	42
§ 4. Pseudo-euklidische (Minkowskische) Geometrie	42
1. Pseudo-euklidischer Abstand. Pseudo-euklidische Kreise	42
2. Anormal-komplexe Zahlen	43
3. Anormal-komplexe Zahlen in der pseudo-euklidischen Geometrie	45
4. Die Gruppe $\Gamma(A)$	47
5. Die ebenen Schnitte eines Hyperboloids	49
6. Punktparallelität	52
7. Winkel	54
8. Beck-Abbildung. Ein gruppentheoretisches Modell der pseudo-euklidischen Geometrie	63
9. Das Beck-Modell	68
10. Pseudo-euklidische Geometrie	81

Kapitel II. Ketten

§ 1. Projektive Gerade über einem Ring	82
1. Zulässige Paare. Punkte. Parallelität	82
2. Die projektive Gruppe $\Gamma(\mathfrak{Q})$	86
3. Transitivitätseigenschaften von $\Gamma(\mathfrak{Q})$	88
4. Doppelverhältnisse	90
§ 2. Ketten. Eine Berührrelation. Harmonische Punktequadrupel	93
1. Die Kettengeometrie $\mathcal{Z}(\mathfrak{K}, \mathfrak{Q})$	93
2. Kettenverwandtschaften	97
3. Die zu $\mathcal{Z}(\mathfrak{K}, \mathfrak{Q})$ gehörende affine Geometrie $A(\mathfrak{K}, \mathfrak{Q})$	101
4. Eine Berührrelation. Der Berührsatz. Invarianz der Berührrelation	106
5. Berührung und Doppelverhältnisse	114
6. Harmonische Punktequadrupel	115
§ 3. Winkel	123
1. Winkel in $\mathcal{Z}(\mathfrak{K}, \mathfrak{Q})$	123
2. Die Gruppe der freien Winkel	126
3. Winkelsätze. $(\mathfrak{S}_3, \mathfrak{O}_4)$ -Konfigurationen	130
4. Eine allgemeine Ähnlichkeitsgeometrie	136
§ 4. Möbius-, Laguerre-Fall, pseudo-euklidischer Fall	144
1. Gabelung auf Grund der Parallelitätsrelation	144
2. Laguerregeometrien mit ebenen Ketten. Scharfe Berührrelationen	152
§ 5. Klassen von Algebren	158
1. Quadratische Erweiterungen	158
2. Faktorringe und Quotientenringe	160
3. Bemerkungen über Algebren	165
4. Beispiele von Laguerregeometrien	168
§ 6. Das Automorphismenproblem. Der Fundamentalsatz	172
1. Harmonische Abbildungen	173
2. Automorphismenproblem und Fundamentalsatz für die Möbiusgeometrien	175
3. Automorphismenproblem und Fundamentalsatz für die Laguerregeometrien	176
4. Automorphismenproblem und Fundamentalsatz für die pseudo-euklidischen Geometrien	181

Kapitel III. Kreise und Zykel

§ 1. Ein abstrakter Doppelverhältniskalkül	184
1. Quaternare	184
2. γ -Quaternare	186
3. $\beta\gamma\pi$ -Quaternare	187
§ 2. Möbiusgeometrien	192
1. H-Kreisebenen. v. Staudt-Petkantschin-Gruppen. Berührstrukturen. Büschelgruppen	192
2. Möbiusebenen. Miquelsche Möbiusebenen	205
3. Miquelsche Möbiusebenen als Geometrien $\mathcal{Z}(\mathfrak{K}, \mathfrak{Q})$	225
4. Weitere Kennzeichnungen von Möbiusgeometrien $\mathcal{Z}(\mathfrak{K}, \mathfrak{Q})$, $(\mathfrak{Q} : \mathfrak{K}) = 2$. Euklidische Möbiusebenen	229
5. Ebene Schnitte einer Quadrik	236
6. Orthogonalität. Beziehungen zu Anordnungseigenschaften	238

§ 3. Liegeometrien	251
1. Die Liegeometrien $\mathbf{K}^2(\mathbb{R})$ und ihre Automorphismengruppen	252
2. Lie-Ebenen. Büschelhomogene Lie-Ebenen	265
§ 4. Minkowskigeometrien	294
1. (\mathbf{B}) -Geometrien und ihre Charakterisierung	294
2. (\mathbf{B}^*) -Geometrien und ihre Charakterisierung	298
3. Die Konfiguration (G) und (\mathbf{B}^*G) -Geometrien	299
4. Symmetrie und (\mathbf{B}^*GS) -Geometrien	301
5. (\mathbf{B}^*GS) -Geometrien als Minkowskigeometrien	303

Kapitel IV. Kurven- und Flächensysteme als Kettengeometrien

§ 1. Die Geometrien G_n und Verallgemeinerungen	306
1. Der n -dimensionale Raum als Algebra. Singularitätskegel	306
2. $\Gamma(\mathcal{Q})$ als Gruppe birationaler Abbildungen. Darstellung von Ketten	313
3. Das Automorphismenproblem für die Geometrien G_n	316
§ 2. Geometrie der Körpererweiterungen	320
1. Die Gruppe $\Gamma(\mathcal{Q})$	320
2. Der Satz von Cartan-Brauer-Hua. Der Satz von Hua	323
3. Ketten. Fahrten	326
4. 2-Sphären auf der 4-Sphäre	329
5. n -Punkt Invarianten und Doppelverhältnisse von n -tupeln	336
6. Das Automorphismenproblem	343

Anhang

1. Relationen	348
2. Geometrische Strukturen	349
3. G -invariante Begriffe, G -Invarianten. Kleinsches Erlanger Programm. Geometrie einer geometrischen Struktur	350
Literaturverzeichnis	351
Literaturzuordnung	362
Sachverzeichnis	364