

Inhalt

1.	Stellentheoretische Methoden in der kommutativen Algebra	13
1.1.	Stellen und Bewertungen	13
1.1.1.	Funktionentheoretisch-anschauliche Vorbetrachtung	13
1.1.2.	Stellen und Bewertungsringe	15
1.1.3.	Bewertungen und Bewertungsringe	18
1.1.4.	Zuordnung zwischen Stellen und Bewertungen	20
1.1.5.	Das Fortsetzungstheorem für Stellen	21
1.1.6.	Stellenfortsetzung für algebraische Elemente	23
1.1.7.	Ganze Elemente	25
1.1.8.	Stellen einfacher Erweiterungskörper, Stellen algebraischer Erweiterungskörper	30
1.2.	Lineare Disjunktheit, φ -Disjunktheit; Freiheit, φ -Freiheit	32
1.2.1.	Sätze über das Tensorprodukt	32
1.2.2.	Lineare Disjunktheit	36
1.2.3.	Separable, primäre und reguläre Erweiterungen	38
1.2.4.	φ -Disjunktheit	43
1.2.5.	Freiheit und φ -Freiheit	48
2.	Varietäten	54
2.1.	Algebraische Mengen und Varietäten	54
2.1.1.	Algebraische Mengen und assoziierte Ideale	54
2.1.2.	Durchschnitt und Vereinigung algebraischer Mengen	56
2.1.3.	Varietäten und Primideale	57
2.1.4.	Primideale und allgemeine Nullstellen	59
2.1.5.	Varietäten und allgemeine Punkte	61
2.1.6.	Spezialisierungen	61
2.1.7.	Zusammenfassung der Zuordnungen	62
2.1.8.	Bemerkungen zur geschichtlichen Entwicklung	63
2.1.9.	Algebraische Spezialisierungen	65
2.1.10.	Beispiele; Parameterspezialisierung	67
2.1.11.	Die Dimension	68
2.2.	Algebraische Mengen auf einer festen Varietät	72
2.2.1.	Der Koordinatenring	72
2.2.2.	Nullstellen eines Ideals im Koordinatenring	73

2.2.3.	Übertragung der Theorie	74
2.2.4.	Lokalisierungen des Koordinatenringes	75
2.2.5.	Der Hilbertsche Nullstellensatz	77
2.3.	Beziehungen zwischen Dimensionen	79
2.3.1.	Übergang zum algebraischen Abschluß; Dimensionsinvarianz bei Nichtzerfall	79
2.3.2.	Das kartesische Produkt	81
2.3.3.	Durchschnittbildung: Der Dimensionssatz	84
2.3.4.	Dimensionsbetrachtungen auf einer festen Varietät	88
2.3.5.	Reguläre Punkte, einfache Punkte	92
2.4.	Zugeordnetes Polynom und Zerfall von Varietäten	98
2.4.1.	Die methodische Bedeutung des zugeordneten Polynoms	98
2.4.2.	Vorbereitende Sätze	99
2.4.3.	Definition des zugeordneten Polynoms $e(Y)$ und des zugeordneten Homomorphismus ε	101
2.4.4.	Eigenschaften des zugeordneten Polynoms	101
2.4.5.	Absolute Varietäten	106
2.4.6.	Unzerlegbarkeit und lineare Disjunktheit	108
2.5.	Topologische Aspekte	110
2.5.1.	Grundbegriffe der k -Topologie.	110
2.5.2.	k -Abschließung und Spezialisierung	114
2.5.3.	Topologische Fassung des Hilbertschen Nullstellensatzes	116
2.5.4.	Verschärfung zu Aussagen über separabel algebraische Punkte	117
2.5.5.	Die Zariski-Topologie	119
2.5.6.	Zur Einführung des Garbenbegriffs	122
3.	Spezialisierungen über Körpern	130
3.1.	Spezialisierungsfortsetzung bei Erweiterung des Grundkörpers	130
3.1.1.	Übersicht über die Fragestellungen	130
3.1.2.	Körpererweiterung und φ -Disjunktheit	131
3.1.3.	Simultane Spezialisierungsfortsetzungen und primäre Körpererweiterung	132
3.1.4.	Die erste Spezialisierungsklasse	136
3.1.5.	Die zweite Spezialisierungsklasse	137
3.2.	Zusammensetzung von Spezialisierungen	138
3.2.1.	Zusammensetzung und Disjunktheitseigenschaften	138
3.2.2.	Zusammensetzung in Spezialisierungsklassen	141
3.3.	Unendliche und unendlich viele Koordinaten	142
3.3.1.	Punkte mit Koordinaten ∞	142
3.3.2.	„Punkte“ mit unendlich vielen Koordinaten	144
3.4.	Fortsetzung von Spezialisierungen	145
3.4.1.	Der Fortsetzungssatz	145
3.4.2.	Varietäten und Spezialisierungen im projektiven Raum.	146
4.	Spezialisierungen über lokalen Ringen	149
4.1.	Motivierung und Vorbetrachtungen	149
4.1.1.	Noethersche Ringe	151
4.1.2.	Oberringe von noetherschen Ringen	154

4.1.3.	Komplette lokale und semilokale noethersche Ringe	157
4.1.4.	Zur Komplettierung lokaler Ringe	162
4.2.	Spezialisierungen und Multiplizitäten	165
4.2.1.	Definition und einfache Eigenschaften von Spezialisierungen über lokalen Ringen	165
4.2.2.	Spezialisierungsringe	167
4.2.3.	Eigentliche Spezialisierungen	168
4.2.4.	Zum Verhalten von Spezialisierungen bei Erweiterung des Bezugsbereiches . . .	171
4.2.5.	Zum Multiplizitätsbegriff	173
4.3.	Spezialisierungen von algebraischen Mengen und Zyklen	179
4.3.1.	Spezialisierung einer k -algebraischen Menge	179
4.3.2.	Spezialisierungen von rationalen Zyklen	183
4.3.3.	Spezialisierungen von Zyklen auf Varietäten	187
4.3.4.	Quotientenstrukturen von abstrakten Varietäten	192
	Literatur	201
	Namen- und Sachverzeichnis	204