

Inhaltsverzeichnis

Einführung	14
0.1 Überblick	14
0.2 Problemstellung	15
0.3 Wissensstand	18
0.4 Vorgehensweise	19
0.5 Ergebnisse	23
0.6 Konventionen	27
0.7 Danksagung	27
1 Grundlagen	29
1.1 Singularitäten	29
1.1.1 Grundbegriffe	29
1.1.2 Arnolds Klassifikation	30
1.1.3 Einfache Singularitäten	31
1.2 Kodaira-Singularitäten	33
1.3 Vereinfachungen	36
1.3.1 Deformationstheorie einfacher Singularitäten	37
1.3.2 Deformationstheorie uni- und bimodularer Singularitäten	37

1.4	Kriterien für Vereinfachungen	39
1.4.1	Satz (Oberhalbstetigkeit von Milnorzahl und Modularität)	39
1.4.2	Transitivität der Vereinfachungsrelation	39
1.4.3	Adjazenz von Spektren	39
1.4.4	Explizite Berechnung von Spektralzahlen und Spektrenadjazzenzen	41
1.4.5	Ein hinreichendes Kriterium für exotische Vereinfachungen	42
1.5	Deformationstheorie von Viereckssingularitäten	43
1.5.1	Die Äquivalenz der semiuniversellen Deformation	43
1.5.2	Beschränkung auf Deformationen mit guter \mathbb{C}^* -Aktion	43
1.5.3	\mathbb{C}^* -Kompaktifizierung	45
1.5.4	Satz (Charakterisierung der minimalen Auflösung der \mathbb{C}^* -Kompaktifizierung)	45
1.5.5	Satz (Induzierte elliptische Faserungen)	46
1.5.6	Bemerkung	47
2	Rationale, elliptische Flächen	48
2.1	Das Weierstraß-Modell einer elliptischen Fläche	48
2.1.1	Elliptische Flächen	48
2.1.2	Eine Weierstraß-Gleichung für X^*	49
2.1.3	Satz (Über die Euler-Charakteristik)	49
2.1.4	Elliptische Flächen über $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$	50
2.1.5	Konvention	51
2.1.6	Ausnahmefasern	51

2.1.7	Satz (Transformationen der Weierstraß-Gleichung)	52
2.2	Das Mordell-Weil-Gitter	54
2.2.1	Theorem (Beschreibung der Mordell-Weil-Gruppe)	54
2.2.2	Theorem (Gitterstruktur auf $E(K)$)	55
2.2.3	Theorem (Der rational-elliptische Fall)	56
2.3	Algebraische Konsequenzen topologischer Eigenschaften von Schnitten	57
2.3.1	Lemma (Zu Null disjunkte Schnitte)	57
2.3.2	Lemma (Schnittverhalten mit reduziblen Ausnahmefasern)	58
2.3.3	Lemma (Schnittverhalten in I_0^* -Fasern)	58
2.3.4	Satz (Polyno-minimale Schnitte)	60
2.4	Die Gruppenstruktur auf den Fasern	63
2.4.1	Lemma (Additionsformel)	64
2.4.2	Satz (Spezialisierung auf Ausnahmefasern)	64
2.4.3	Lemma (Dreiteilungspunkte von Ausnahmefasern)	65
2.5	Ein Nichtexotizitätskriterium	67
2.5.1	Notationen	67
2.5.2	Lemma (Über die c-Transformation)	68
2.5.3	Erstes Endlichkeitslemma	68
2.5.4	Eliminations-Lemma	69
2.5.5	Satz (Über das Eliminationsideal)	69
2.5.6	Zweites Endlichkeits-Lemma	70
2.5.7	Beispiel	70
3	Rationale, elliptische Flächen mit einer Ausnahmefaser vom	

3.0.1	Lemma (Klassifikation der rationalen, elliptischen Flächen mit I_0^* -Faser)	71
3.1	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*I_0^*$	73
3.1.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	73
3.1.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	73
3.2	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*I_4$	75
3.2.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	75
3.2.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	76
3.2.3	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	77
3.3	Elliptische Flächen vom Typ I_0^*IV	79
3.3.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	79
3.3.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	80
3.3.3	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	81
3.4	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*I_3$	83
3.4.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	83
3.4.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	84
3.4.3	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	85
3.4.4	Lemma (Weierstraßsche Normalform für Flächen vom Typ $I_0^*I_3I_1III$)	88
3.4.5	Lemma (Polyno-minimale Lösungen)	89
3.4.6	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	89
3.5	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*3I_2$	90
3.5.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	90
3.5.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	90
3.5.3	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	92

3.6	Elliptische Flächen vom Typ I_0^*2III	93
3.6.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	93
3.6.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	93
3.6.3	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	95
3.7	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*I_2III$	96
3.7.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	96
3.7.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	96
3.7.3	Lemma (Exzeptionelle Schnitte)	97
3.8	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*2I_2$	99
3.8.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	99
3.8.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	99
3.8.3	Lemma (Nichtexzeptionelle Schnitte)	100
3.9	Elliptische Flächen vom Typ I_0^*III	102
3.9.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform)	102
3.9.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	102
3.10	Elliptische Flächen vom Typ $I_0^*I_2$	104
3.10.1	Lemma (Weierstraßsche Normalform für Flächen vom Typ $I_0^*I_2II$)	104
3.10.2	Lemma (Mordell-Weil-Gitter)	105
3.10.3	Lemma (Nichtexzeptionelle Schnitte)	106
3.10.4	Lemma (Nichtexzeptionelle Schnitte bei $I_0^*I_24I_1$)	107
4	Vereinfachungen in unimodulare Singularitäten und RDP-Kombinationen	108
4.1	Faser/Schnitt-Konfigurationen	108
4.1.1	Definition (p -zulässige Paare)	109

4.1.2	Konstruktion	109
4.1.3	Satz (Transformation durch Aufblasen)	109
4.1.4	Möglichkeiten für die Konstruktion p-zulässiger Paare .	110
4.1.5	Zur Grobstruktur des Vereinfachungsverhaltens	112
4.1.6	Lemma	112
4.2	Analytische Invarianten	114
4.2.1	Satz (Pinkham)	114
4.2.2	Proposition (Darstellbarkeit vermöge J)	115
4.2.3	Proposition (Bestimmung des ungewichteten Quadrupels)	115
4.2.4	Proposition (Bestimmung des gewichteten Quadrupels)	116
4.3	Bestimmung der Deformationen von $W_{1,0}$	117
4.3.1	Vorgehensweise	117
4.3.2	$\Omega_1 = W_{13}$	118
4.3.3	$\Omega_1 = W_{12}$	118
4.3.4	$\Omega_1 = Z_{13}$	119
4.3.5	$\Omega_1 = Z_{12}$	119
4.3.6	$\Omega_1 = Z_{11}$	119
4.3.7	$\Omega_1 = E_{14}$	119
4.3.8	$\Omega_1 = E_{13}$	120
4.3.9	$\Omega_1 = E_{12}$	120
4.3.10	$\Omega_1 = T_{256}$	120
4.3.11	$\Omega_1 = T_{255}$	120
4.3.12	$\Omega_1 = T_{246}$	121
4.3.13	$\Omega_1 = T_{245}$	121
4.3.14	$\Omega_1 = T_{244}$	121

4.3.15	$\Omega_1 = T_{238}$	122
4.3.16	$\Omega_1 = T_{237}$	122
4.3.17	$\Omega_1 = T_{236}$	122
4.4	Bestimmung der Deformationen von $S_{1,0}$	123
4.4.1	Vorgehensweise	123
4.4.2	$\Omega_1 = W_{12}$	123
4.4.3	$\Omega_1 = S_{12}$	124
4.4.4	$\Omega_1 = S_{11}$	124
4.4.5	$\Omega_1 = Z_{12}$	124
4.4.6	$\Omega_1 = Z_{11}$	124
4.4.7	$\Omega_1 = E_{13}$	125
4.4.8	$\Omega_1 = E_{12}$	125
4.4.9	$\Omega_1 = Q_{10+k}, k = 0, 1, 2$	125
4.4.10	$\Omega_1 = T_{344+k}, k = 0, 1, 2$	126
4.4.11	$\Omega_1 = T_{333+k}, k = 0, \dots, 4$	126
4.4.12	$\Omega_1 = T_{244+k}, k = 0, \dots, 2, T_{255}$	126
4.4.13	$\Omega_1 = T_{238}$	126
4.4.14	$\Omega_1 = T_{236+k}, k = 0, 1$	126
4.5	Bestimmung der Deformationen von $U_{1,0}$	128
4.5.1	Vorgehensweise	128
4.5.2	$\Omega_1 = S_{11}$	128
4.5.3	$\Omega_1 = Q_{11}$	129
4.5.4	$\Omega_1 = Q_{10}$	129
4.5.5	$\Omega_1 = Z_{13}$	129
4.5.6	$\Omega_1 = Z_{11}$	130

4.5.7	$\Omega_1 = T_{345}$	130
4.5.8	$\Omega_1 = T_{344}$	130
4.5.9	$\Omega_1 = T_{333+k}, k = 0, \dots, 3$	130
4.5.10	$\Omega_1 = T_{245}$	131
4.5.11	$\Omega_1 = T_{239}$	131
4.5.12	$\Omega_1 = T_{237}$	132
4.5.13	$\Omega_1 = T_{236}$	132
5	Ausblick: Exotische Vereinfachungen in RDP-Konfigurationen	133
5.1	Allgemeine Vorbemerkungen	133
5.2	Satz (Extremale Deformationen von $W_{1,0}$)	134
5.3	Die Vereinfachung $W_{1,0} \overset{\leftarrow}{\rightarrow} 2E_6 A_1$	135
5.4	Die Vereinfachung $W_{1,0} \overset{\leftarrow}{\rightarrow} 2E_6$	137
5.5	Schlußbemerkung	137
Literaturverzeichnis		138
A	Normalformen uni- und bimodularer Singularitäten	I
B	Ein Computerprogramm zur Berechnung von Spektrenadjazzenzen	III
C	Listen von Vereinfachungen	IX
C.1	Vereinfachungen von $W_{1,0}$	X
C.2	Vereinfachungen von $S_{1,0}$	XI
C.3	Vereinfachungen von $U_{1,0}$	XII