

Table des matières

Introduction	xiii
CHAPITRE I. GROUPES LOCALEMENT PROFINIS	1
1. Groupes localement profinis	1
1.1. Définition	
1.2–1.3. Propriétés des groupes localement profinis	
1.4. Éléments compacts	
1.5. Pro-ordre	
1.6. Propriétés des pro-ordres	
1.7–1.8. Espace localement profini	
1.9. Algèbre avec assez d'idempotents	
1.10–1.11. Faisceaux sur un espace localement profini	
1.12. Sections à support compact	
1.13. Action d'un groupe localement profini G sur un faisceau	
2. Mesure de Haar	10
2.1–2.2. Définitions préliminaires	
2.3. Mesure de Haar	
2.4. Existence et unicité	
2.5. Premières propriétés et exemples	
2.6–2.7. Module	
2.8. Mesure sur un ensemble quotient	
3. Algèbres de Hecke	18
3.1. Algèbre de Hecke globale	
3.2. Idempotents	
3.3. Algèbre de Hecke relative à K	
3.4. Produit dans $H(G, K)$	
3.5–3.6. Trace	
3.7. Action du centre	
3.8. Caractères non ramifiés	
3.9. Caractères de F^n	
3.10. Transformation de Fourier et algèbre de Hecke de F^n	
3.11. Algèbre d'un système de Coxeter	
3.12. Algèbres du groupe symétrique	
3.13. Algèbre de Hecke du groupe fini $GL(n, F_q)$	
3.14. Algèbre de Hecke affine du groupe p -adique $GL(n, F)$	
3.15. Le cas général	

4. Représentations	29
4.1. RG -module lisse	
4.2. Catégorie des RG -modules lisses	
4.3. Non exactitude du foncteur partie lisse	
4.4. Modules sur les algèbres de Hecke globales	
4.5. Modules sur les algèbres de Hecke relatives	
4.6. Invariants	
4.7-4.8. Coinvariants	
4.9. Projectifs, injectifs et invariants, coinvariants	
4.10. Coinvariants par l'action d'un groupe limite de compacts	
4.11. Invariants et coinvariants par un caractère	
4.12-4.13. Contragrédiente	
4.14. Modules réflexifs	
4.15. Formes linéaires K -invariantes	
4.16. Représentation de type fini d'un groupe profini	
4.17. Représentation admissible	
4.18. Propriétés des représentations admissibles	
5. Induction	38
5.1. Définition des deux inductions	
5.2. Propriétés élémentaires	
5.3. Transitivité	
5.4. Passage d'un groupe à un autre	
5.5. Décomposition de Mackey	
5.6. Vecteurs fixes par $K \in \Omega$ dans une induite. Admissibilité	
5.7. Réciprocité de Frobenius. Adjonction	
5.8. Transformations naturelles	
5.9-5.10. Injectifs projectifs	
5.11. Contragrédiente d'une induite à support compact	
5.12. Non nullité de $\text{Ext}^m(\pi, \pi)$	
6. Modules et idempotents	48
6.1-6.2. Deux lemmes sur les eAe -modules	
6.3. eAe -modules simples	
6.4. eAe -modules de longueur finie	
6.5. eAe -homomorphismes	
6.6. Equivalence de catégories	
6.7-6.9. Lemme de Schur	
6.10. Module absolument simple	
6.11. Caractère central	
6.12. Restriction à un sous-groupe d'indice fini	
6.13. Indépendance linéaire des caractères	

7. Représentations compactes	54
7.1. Coefficient	
7.2–7.3. Représentation compacte	
7.4–7.5. Compacte \Rightarrow admissible	
7.6. Degré formel	
7.7. Formules d'orthogonalité de Schur	
7.8. Propriétés du degré formel	
7.9. Degré formel \Rightarrow projectif, injectif	
7.10. Bloc	
7.11. Cas d'un centre non compact	
7.12. Caractères du centre	
8. Algèbres de Hecke $H_R(G, K, \sigma)$	64
8.1. Entrelacement dans une représentation	
8.2. Opérateur d'entrelacement	
8.3. Critère d'irréductibilité de Mackey	
8.4. Représentation Z -compacte induite	
8.5. Le module $M(\sigma, \pi) = \text{Hom}_{RG}(\text{ind}_{G,K}\sigma, \text{ind}_{G,H}\pi)$	
8.6. Algèbre de Hecke $H_R(G, K, \sigma)$	
8.7–8.9. $H_R(G, H, \sigma)$ -modules simples $M(\sigma, \pi)$	
8.10. Support des algèbres de Hecke et éléments canoniques	
8.11. Inversibilité d'un élément canonique	
8.12. Nullité de π^σ si π est Z -compacte	
8.13. Injectivité et U -coinvariants	
8.14. Nullité de π^σ si $\pi_U = 0$	
9. Réseaux	75
9.1. AG -réseau	
9.2. AG -réseau, A principal	
9.3. Propriétés élémentaires des AG -réseaux	
9.4. Compacte $\Rightarrow A$ -entière	
9.5. Commensurabilité	
9.6. Principe de Brauer-Nesbitt	
9.7. Contragrédiente	
9.8. Réseau dans une algèbre de Hecke, entrelacement et réduction modulo p_A	
Appendice A : Rappels sur l'adjonction, et Ext	83
Enveloppe projective	
Blocs d'un groupe fini	
Appendice B : Modules sur une algèbre	89
Appendice C : Réseau dans un espace vectoriel de dimension finie	90

CHAPITRE II. GROUPES REDUCTIFS p -ADIQUES	92
1. Rappels et notations	92
1.1 Triplet parabolique standard	
1.2 Groupe de Weyl	
1.3 Propriétés de compacité	
2. Induction et restriction parabolique	95
2.1. Définition et premières propriétés	
2.2–2.3. Représentation cuspidale	
2.4. Support cuspidal	
2.5. Représentation supercuspidale	
2.6. Support supercuspidal	
2.7. cuspidale = Z -compacte	
2.8. Irréductible \Rightarrow admissible	
2.9. degré formel = projectif	
2.10. Caractères non ramifiés	
2.11. Restriction à G^o	
2.12. Bloc cuspidal	
2.13. Algèbres de Hecke relative	
2.14. Dimension d'une sous-algèbre commutative de $M(n, R)$	
2.15. Dimension d'un $H_R(G, K)$ -module simple	
2.16. Support uniforme	
2.17. Finitude du nombre de cuspidales	
2.18–2.19. Restriction parabolique d'une induite parabolique	
2.20. Propriétés du support cuspidal	
2.21. Longueur finie	
2.22 Représentation cuspidale régulière	
3. Restriction parabolique et types	110
3.1. Injectivité	
3.2-3.3. Surjectivité	
3.4-3.5. Restriction parabolique et admissibilité	
3.6. Stabilisation	
3.7. Décomposition de Casselman	
3.8. Restriction parabolique et contragrédiente	
3.9. Cas banal	
3.10. - et longueur finie	
3.11. - et suite de Jordan-Hölder d'une induite	
3.12. - et $H_R(G, K)$ -modules	
3.13. - admissible et type fini \Rightarrow longueur finie	
3.14. - et type fini	
3.15. - et décomposition de catégorie	

4. Rationalité et représentations l-entières	121
4.1. Corps de rationalité	
4.2. Extension finie et semi-simplicité	
4.3. Propriétés élémentaires	
4.4–4.5. Indice de Schur	
4.6–4.8. Descente galoisienne	
4.9. Cuspidal \Rightarrow réalisable sur \overline{R}	
4.10. Induction et réalisable sur \overline{R}	
4.11. Représentation l -entière	
4.12–4.13. Cuspidal $\Rightarrow l$ -entière	
4.14. Propriétés des représentations l -entières	
5. Types non raffinés minimaux	129
5.1. Rappel de propriétés géométriques	
5.2. Type minimal de niveau 0, association, et réduction modulo l	
5.3. Existence d'un type ou d'une strate minimale dans une représentation	
5.4. Entrelacement de strates	
5.5. Lemme de finitude	
5.6–5.7. Niveau d'une représentation	
5.8. Décomposition par le niveau	
5.9. Finitude des cuspidales de niveau	
5.10. Admissible de type fini \Rightarrow longueur finie	
5.11. Principe de Brauer-Nesbitt	
5.12. Induction et niveau	
5.13. Induction et longueur finie	
5.14–5.15. Preuve de (5.12)	
CHAPITRE III. REPRESENTATIONS DE $GL(n, F)$	141
0. Notations	141
1. Dérivées	146
1.1. La représentation mirabolique. Théorème d'irréductibilité	
1.2. Induction	
1.3. Propriétés de l'induction	
1.4. Dérivées	
1.5. Classification	
1.6. Niveau mirabolique, dérivée formelle	
1.7. Modèle de Whittaker	
1.8. Dérivée et restriction parabolique	
1.9. Preuve de (1.1.d)	
1.10. Dérivée d'un produit, formule de Leibniz	

- 1.11. Unicité du modèle de Whittaker
- 1.12. Longueur finie
- 1.13. Une autre preuve du principe de Brauer-Nesbitt
- 1.14. Contragrédiente
- 1.15. Irréductibilité d'une induite
- 1.16. Suite de Jordan-Hölder d'une induite
- 2. Le groupe fini $G_n(q)$ 156**
 - 2.1. Éléments de partie l -régulière donnée
 - 2.2. Représentations cuspidales
 - 2.3. Classes de conjugaison de $G_n(q)$
 - 2.4. Induites
 - 2.5. Classification
 - 2.6. Algèbre de Hecke
 - 2.7. $\text{Irr}_{\mathcal{Q}_l} G_{mn}(q)$ et $H_{\mathcal{Q}_l}^o(m, q^n)$ -modules
 - 2.8. Réduction modulo l de la représentation de Steinberg généralisée
 - 2.9. Enveloppe projective d'une supercuspidale
 - 2.10. Le cas banal
- 3. Représentations de niveau 0 168**
 - 3.1. Type et représentation de niveau 0
 - 3.2. Existence d'un type minimal de niveau 0
 - 3.3. Type minimal-maximal \Rightarrow cuspidale
 - 3.4. Type mixte
 - 3.5. Restriction parabolique (type mixte)
 - 3.6. Algèbre de Hecke d'un type simple
 - 3.7. Restriction parabolique (type simple)
 - 3.8. Unicité du type minimal formel
 - 3.9. Lemme
 - 3.10. Relèvement d'une cuspidale
 - 3.11. Unicité du modèle de Whittaker
 - 3.12. Propriétés diverses
 - 3.13. Représentation de Steinberg généralisée
 - 3.14. Vecteurs fixes par $1 + p_F M(n, O_F)$
 - 3.15. Représentation de Steinberg généralisée cuspidale
 - 3.16. Enveloppe projective d'une représentation supercuspidale
- 4. Types de niveau > 0 181**
 - 4.1. Strates
 - 4.2. Types de niveau $r > 0$
 - 4.3. Existence d'un type non raffiné
 - 4.4. Niveau d'une représentation irréductible
 - 4.5. Polynôme d'une strate ou d'un type

4.6.	Polynôme d'une représentation irréductible	
4.7–4.8.	Description explicite	
4.9.	Strate simple	
4.10.	Proposition	
4.11.	Ordre héréditaire de $\text{End}_F E$	
4.12.	Relèvement des ordres héréditaires de $M(n_E, E)$ à $M(n, F)$	
4.13.	Les groupes $J^*(x, A)$, $H^*(x, A)$	
4.14.	Caractère simple θ	
4.15.	Bijections canoniques entre les caractères simples	
4.16.	Type de niveau (r, s)	
4.17.	Représentation d'Heisenberg η	
4.18–4.21.	Représentation κ	
4.22–4.23.	Représentations irréductibles de J°	
4.24.	Type de niveau $(r, 0)$	
4.25.	Réduction modulo l	
4.26.	Type minimal effectif	
4.27.	Extension à $E^* J^\circ$	
4.28.	Enveloppe projective	
4.29.	Réduction modulo l	
4.30.	Décompositions d'Iwahori	
4.31.	Type minimal formel	
4.32.	Type minimal simple	
5.	Représentations (le cas général)	204
5.1.	Existence d'un type minimal	
5.2.	Représentation non cuspidale	
5.3.	Type minimal-maximal \Rightarrow cuspidale	
5.4.	Type mixte	
5.5.	Restriction parabolique	
5.6.	Algèbre de Hecke d'un type simple	
5.7.	Isomorphisme avec l'algèbre de Hecke affine	
5.8.	Restriction parabolique	
5.9.	Unicité du type minimal formel	
5.10.	Cuspidales: Classification, relèvement, unicité du modèle de Whittaker	
5.11.	Propriétés diverses	
5.12–5.13.	Vecteurs fixes par J_{Max}°	
5.14.	Représentation de Steinberg généralisée cuspidale	
5.15.	Premier banal	
5.16.	Enveloppe projective d'une supercuspidale	
5.17.	Bloc d'une supercuspidale	

Notations 219

Bibliographie 223

Index terminologique 227