

# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>CHAPITRE 0. — Introduction.</b> .....	<b>1</b>
0.1 Symboles usuels .....	1
0.2 Règles de calcul .....	2
0.3 Relations binaires .....	3
0.4 Familles d'ensembles .....	5
0.5 Opérations .....	6
0.6 Homomorphisme et isomorphisme .....	7
0.7 Injection canonique .....	8
0.8 Théorème d'épimorphisme .....	8
0.9 Ensemble des naturels .....	10
0.10 Algèbre universelle .....	12
0.11 Relation fondamentale .....	18
 <b>CHAPITRE 1. — Structures algébriques usuelles.</b> .....	 <b>23</b>
1.1 Hypergroupeïde .....	23
1.2 Groupeïde large et groupeïde .....	25
1.3 Demi-groupe ou monoïde large .....	29
1.4 Catégorie .....	31
1.5 Définition de quelques structures .....	35
1.6 Sous-groupes .....	39
1.7 Espace affine .....	42
1.8 Structures à opération externe .....	44
1.9 Anneau et corps .....	47
1.10 Algèbres et modules .....	50
1.11 Groupeïde, demi-groupe, groupe libres .....	52
1.12 Anneau libre, module libre, algèbre libre .....	57
 <b>CHAPITRE 2. — Ensembles et structures ordonnées.</b> .....	 <b>61</b>
2.1 Éléments remarquables .....	61
2.2 Demi-treillis et treillis .....	62
2.3 Demi-groupe opérant sur un ensemble ordonné .....	66
2.4 Demi-treillis et treillis complet .....	71
2.5 Groupeïde large à multiplication isotone .....	77
2.6 Résiduels .....	85
2.7 Images et coupes .....	91
2.8 Groupe opérant sur un ensemble .....	96
2.9 Ensembles noetheriens et artiniens .....	101

<b>CHAPITRE 3. — Groupeide large à involution.</b> .....	103
3.1 Définition et exemples.....	103
3.2 Catégorie à involution.....	105
3.3 Quotients d'un côté.....	107
3.4 Morphismes induits .....	110
3.5 Propriétés des facteurs d'un produit.....	115
3.6 Exemples et applications.....	118
3.7 Egalité et inégalité modulaire.....	122
3.8 Catégorie modulaire.....	127
3.9 Application aux groupoides.....	139
3.10 Propriétés de certains morphismes.....	141
3.11 Fermeture transitive.....	142
<b>CHAPITRE 4. — Définition de certaines catégories classiques.</b> .....	146
4.1 Catégories à morphismes nuls.....	146
4.2 Limites .....	148
4.3 Produit et somme directs.....	150
4.4 Noyau. Conoyau. Produit et somme fibrés.....	153
4.5 Catégorie à objet nul.....	157
4.6 Catégorie semi additive.....	164
4.7 Catégorie abélienne .....	169
4.8 Objet injectif et objet projectif.....	174
<b>CHAPITRE 5. — Images, noyaux, coimages, conoyaux dans les catégories à involution.</b> .....	175
5.1 Image entière .....	175
5.2 Noyau entier .....	177
5.3 Coimage réflexive .....	180
5.4 Catégorie bimodulaire.....	183
5.5 Conoyau réflexif .....	184
5.6 Couple exact et homologie.....	188
5.7 Décomposition canonique.....	194
5.8 Immersion dans une catégorie modulaire.....	197
5.9 Limites dans les catégories à involution.....	206
<b>CHAPITRE 6. — Radicaux.</b> .....	210
6.1 Définition.....	210
6.2 Radicaux .....	210
6.3 Cas où le radical est une semi-fermeture .....	216
6.4 Radicaux associés à un filtre 2-dual.....	219
6.5 Radicaux considérés comme intersection.....	228
<b>CHAPITRE 7. — Relation de normalité.</b> .....	233
7.1 Normalité dans un demi-treillis.....	233
7.2 $K$ -normalité .....	236
7.3 Divisibilité dans un demi-groupe commutatif.....	248
7.4 Divisibilité dans un demi-treillis.....	251
7.5 Union et intersection directe dans un treillis modulaire.....	260
7.6 Extension essentielle .....	266

<b>ANNEXE A. — Ensembles finis.</b> .....	272
A.1 Extension de la notion de nombre .....	272
A.2 Anneau euclidien .....	272
A.3 Demi-groupe factoriel .....	273
A.4 Analyse combinatoire .....	273
A.5 Translation à gauche .....	274
A.6 Endomorphismes d'un groupoïde .....	274
A.7 Permutations d'un ensemble fini .....	275
A.8 Groupe alterné .....	276
A.9 Groupe symétrique .....	277
A.10 Demi-groupe des $V_i$ .....	278
A.11 Compositions et partitions .....	278
A.12 Produit symétrisé et formule de Newton-Cayley-Hamilton .....	279
A.13 Application aux matrices .....	280
A.14 Applications multilinéaires .....	281
A.15 Demi-groupe des $V_i$ et $W_j$ .....	282
A.16 Anneau de Lie .....	283
<b>ANNEXE B. — Ensemble des parties d'un groupoïde.</b> .....	285
B.1 Parties remarquables .....	285
B.2 Ensemble des parties d'un groupe .....	286
B.3 Normalité dans un groupe .....	287
B.4 Relation de transitivité par les translations à gauche .....	287
B.5 Classes doubles .....	288
B.6 Automorphismes intérieurs .....	288
B.7 Centralisateur .....	288
B.8 Catégorie des relations binaires .....	289
B.9 Caractéristique et annulateur .....	289
B.10 Treillis modulaire de parties .....	290
B.11 Commutateurs .....	290
B.12 Sous-groupes normaux résiduels .....	291
B.13 Sous-groupes normaux permis .....	292
B.14 Modules simples et semi simples .....	292
B.15 Conjugaison pour une application bilinéaire .....	294
<b>ANNEXE C. — Idéaux. Radicaux.</b> .....	295
C.1 Bimodules .....	295
C.2 Idéaux d'un anneau .....	296
C.3 Radical inférieur .....	297
C.4 Radical de Jacobson .....	298
C.5 Idéaux fractionnaires .....	299
C.6 $x$ -idéaux .....	300
C.7 $a$ -idéaux .....	300
C.8 Anneau principal .....	301
<b>ANNEXE D. — Catégories.</b> .....	302
D.1 Définition par les objets .....	302
D.2 Catégorie des ensembles .....	302

D.3	Catégorie à morphismes nuls.....	304
D.4	Catégorie des groupes commutatifs.....	305
D.5	Catégorie des groupes.....	306
D.6	Relation multiplicative.....	307
D.7	Module différentiel.....	307
D.8	Dérivation extérieure.....	308
D.9	Complexe simplicial.....	309
<b>ANNEXE E. — Treillis distributifs.....</b>		<b>311</b>
E.1	Treillis distributif.....	311
E.2	Treillis de Boole.....	311
E.3	Définition d'un treillis de Boole à partir d'un demi-treillis.....	312
E.4	Implication dans un treillis de Boole.....	312
E.5	Groupeïde à implication.....	312
E.6	Théorie logique.....	313
E.7	Matrices de relations.....	314
E.8	Treillis topologique.....	315
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>		<b>317</b>
<b>NOTES.....</b>		<b>319</b>
<b>INDEX ALPHABÉTIQUE.....</b>		<b>323</b>

---