

INHALTSÜBERSICHT

ZAHLEN UND FIGUREN

Vom Zählen

An den Anfängen · Zahl und Anzahl · Wie die Zahlen auf die Erde kamen · Am Anfang des Rechnens · Die Zahlensprache · Gliederung der Zahlenreihe · Wir erfinden eine Zahlenschrift · Rechenhilfen · Die große Erfindung der Null · Kosaken und Zahlen · Das einfachste Zahlensystem der Welt · Seitensprung in die Moderne

11

Im Wunderreich der Zahlen

Vorbemerkung: Über die mathematische Schrift · Vom Umgang mit Gleichungen · Wir finden neue Zahlen · Was sind Zahlen? · Notwendige Trivialitäten · Die Brüche: Neue Erweiterung des Zahlenreichs · Das älteste Rechenbuch der Welt · Wie rechnet man mit Brüchen? · Die Zahlengerade · Hat die Zahlenreihe Lücken? · Zahlen zwischen den Zahlen · Eine unmögliche Aufgabe · Zahlentreibjagd · Der Dedekindsche Schnitt

29

Die Griechen

Geburt einer Wissenschaft · Thales mißt die Pyramiden · Beginn der exakten Geometrie · Der Geheimbund der Mathematiker · Was wußten die Pythagoreer? · Das Maß aller Dinge · Triumph der Zahlen · Die Entdeckung des Irrationalen in der Geometrie · Euklid – Lehrbuch für zwei Jahrtausende · Der Inhalt der »Elemente« · Von Primzahlen und Teilern · Der größte Mann des Altertums · Ein Mann gegen eine Armee · Die mathematischen Leistungen · Exkurs über Unmöglichkeiten · Die Quadratur des Kreises · Die berühmteste Zahl der Welt · Ausflug in die Physik · Flächen auf der Waage · Die Ausschöpfung des Raumes · Die »Methode« des Archimedes

62

Die Kunst des makellosen Verstandes: Algebra

Umwege der Wissenschaft · Die poetische Mathematik der Inder · Der Mann mit den zwei Namen · Die Suche nach der Unbekannten · Gleichungssysteme · Was sind Determinanten? · Vom Sinn des Formalismus · Leonardo von Pisa: Das erste Werk des Abendlandes · Aus Kisten wird ein Minuszeichen · Quadratische Gleichungen · Kubische Gleichungen · Cardano stiehlt eine Formel · Glück und Ende unserer Wissenschaft: Der Fundamentalsatz der Algebra · Gruppen

112

Die Hohe Schule des Rechnens

Auftakt · Der Herr aus Holland · Addieren statt multiplizieren! · Merkwürdige Potenzen oder: Ein Logarithmus wird berechnet · Kennziffer und Mantisse · Wir lernen eine Logarithmentafel lesen · Die Logarithmen werden eingefangen · Wer war der Erfinder?

142

Geometrie der Zahlen

Der große Zweifler René Descartes · Der Ozean des Raumes wird ausgelotet · Erstes Zwischenspiel: Von den Winkeln und ihren Künsten: Im Laden; Verwandelt, verwandelt die Winkelein; Regiomontanus & Co.; Stadtplan für Meer und Himmel · Ein Dreieck mit drei rechten Winkeln oder: Die Tücken der Kugelgeometrie · Von geraden Linien und Gleichungen · Was heißt Steigung? · Was ist ein Kreis? · Der Gärtner und

157

die Ellipse · Kurven aus dem Kopf · Von Spiegeln · Transformationen · Zweites Zwischenspiel: Vektoren: Die Pfeile der Physik – und ihre mathematische Ausrüstung; Ein Ausflug in die vierte Dimension

Kampf mit dem Unendlichkleinen: Männer und Probleme an der Schwelle der Neuzeit 218

Leben eines deutschen Gelehrten · Gesetze des Kosmos · Die feuchtfröhliche Wissenschaft · Was sind Indivisible? · Zwei Eigenbrötler: Fermat und Pascal · Ein Knabe erfindet die Geometrie · Die Wissenschaft vom Zufall · Die Wissenschaft am Rande: Ein Kapitel Zahlentheorie und ein unbewiesener Satz · Das große Problem · Geschichte einer Kurve

IM REICH DER FUNKTIONEN

Die Funktionen und ihre Welt 247

Das Geheimnis der Veränderung · Das Schlüsselwort der Mathematik · Was ist eine Funktion? · Funktionen und ihre Bilder · Abbild oder Lebewesen · Polynome · Soziologie der Funktionen · Algebraisch und transzendent · Einerseits – andererseits · Kurzer Abriß der Epsilonantik · Furcht vor der Unendlichkeit? · Was heißt stetig? · Maximum und Minimum · Drittes Zwischenspiel: Von einem, der auszog, das Differenzieren zu erlernen

Die Wissenschaft vom Unendlichkleinen 284

Rückkehr zur Mathematik: Steigung und Tangente · Im Augenblick liegt eine Welt beschlossen · Das Einmaleins der Genies · Funktionen von Funktionen · Inverse Funktionen oder: Zauber und Gegenzauber · Eine verwirrende Einschaltung · Vorstoß ins Transzendente · Die Wachstumskurve · Das Ahnenbuch der Funktionen · Die wirkenden Kräfte, mathematisch behandelt · Noch einmal Maximum und Minimum · Reihen · Kombinationen · Was du ererbt von deinen Vätern hast... · Die transzendenten Funktionen werden gemeistert

Die Wissenschaft vom Ganzen 333

Flächeninhalt · Vom Wert der Bezeichnung · Die kummervolle Praxis des Integrierens · Zurück zum Flächeninhalt

Ein geschichtlicher Rückblick 345

Die beiden großen Rivalen · Die drei großen Entdeckungen des Isaac Newton · »Sklave der Philosophie« · »Gesetzgeber des Universums« · Klarheit und Nutzen · Mathematische Politik · Schulstunden eines Genies · Geburt der Infinitesimalrechnung · Der Prioritätsstreit · Ein Mann – eine Akademie! · Die wunderliche Sippe der Bernoulli · Ein Bruderzwist im Hause Bernoulli · Die Kunst der Vermutung · Allerlei Kurvenkünste · Der mathematische Spaziergang des Leonhard Euler · Narrenposen der strengen Wissenschaft vom Orte · Fürst der Mathematiker: Carl Friedrich Gauß · Ein Neunzehnjähriger verbessert Euklid · Mathematiker gegen Philosophen: Ein Stern geht verloren · Ein Axiom fällt · Welche Geometrie ist wirklich wahr? · Ausklang

Schluß 398

Über eine neue Art von Zahlen · Eine merkwürdige Regel · Eine sonderbare Zahl – und ein überraschender Schluß · Scheuer Blick in die Welt des Komplexen