

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE.

TREILLIS.

	Pages.
I. <i>Ensembles ordonnés</i>	1
1. Relation d'ordre.....	1
2. Ensemble totalement ordonné.....	2
3. Sous-ensembles d'un ensemble.....	2
4. Sous-ensembles d'un ensemble ordonné. Majorant, minorant.....	3
II. <i>Treillis</i>	3
1. Définitions.....	3
2. Équivalence des définitions.....	3
3. Propriétés des treillis.....	5
III. <i>Treillis particuliers</i>	7
1. Treillis modulaires.....	7
2. Treillis distributifs.....	7
3. Treillis complémentés.....	8
4. Treillis de Boole.....	8
5. Négation d'un élément d'un treillis.....	8
IV. <i>Représentation graphique des treillis</i>	10
1. Conventions.....	10
2. Application.....	11
3. Générateurs.....	13
4. Exemple de treillis distributif.....	15
5. Applications : Propriété caractéristique d'un treillis distributif.....	16
6. Problème.....	17
V. <i>Applications à la logique formelle</i>	18
1. Algèbre de la logique.....	18
2. Implication.....	19
3. Conclusion.....	19

DEUXIÈME PARTIE.

ALGÈBRE DE BOOLE.

	Pages.
I. <i>Opérations de Boole. Structures</i>	22
1. Fonctions d'une variable.....	22
2. Opérations.....	22
3. Tables de vérité des opérations de l'algèbre de Boole.....	22
4. Règles de calcul.....	25
5. Fonctions de Boole à deux variables.....	27
6. Treillis de Boole à deux variables a et b	28
7. Exemple de treillis de Boole.....	29
8. Étude des structures algébriques définies sur l'ensemble $(0, 1)$	30
9. Groupes définis dans l'algèbre de Boole.....	33
10. Problème.....	35
11. Exercices.....	35
II. <i>Fonctions de Boole à n variables</i>	35
1. Forme normale disjonctive d'une fonction de Boole à n variables.....	35
2. Forme normale conjonctive d'une fonction de Boole à n variables.....	38
3. Nombre des fonctions de Boole à n variables explicites.....	40
4. Représentation géométrique.....	40
5. Notations.....	41
6. Problème.....	42
III. <i>Formes types de Boole à trois variables</i>	43
1. Différents types.....	43
2. Liste des fonctions de Boole à trois variables.....	43
IV. <i>Équations de Boole</i>	51
1. Résolution de l'équation $ax' + bx = 0$	51
2. Équation $f(x, y) = 0$	51
3. Autre méthode de résolution de l'équation $ax' + bx = 0$	54
4. Résolution de l'équation $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$	55
5. Interprétation géométrique.....	57
6. Systèmes d'équations Booléennes.....	59
7. Équations algébriques à inconnues de Boole.....	59
V. <i>Simplification des expressions de Boole</i>	59
Introduction.....	59
1. Produit fondamental.....	60
2. Forme normale.....	60
3. Implication.....	60
4. Implicant premier.....	61
5. Forme normale première.....	61
6. Implicant premier central.....	62
7. Redondance.....	63
8. Consensus.....	64
9. Suite de consensus associée à une suite de produits fondamentaux.....	65
10. Théorème relatif aux implicants premiers.....	66
11. Théorème relatif aux implicants premiers centraux.....	68
12. Disposition pratique.....	69

	Pages.
13. Premier exemple.....	71
14. Deuxième exemple.....	73
15. Exercices.....	75
16. Méthode de Mott.....	75

TROISIÈME PARTIE.

ALGÈBRE DE LA LOGIQUE.

I. <i>Logique</i>	77
1. Expressions propositionnelles.....	78
2. Prédicats.....	80
3. Quantificateurs.....	80
4. Déplacement des quantificateurs.....	81
5. Théorème de Skolem.....	83
6. Exercice.....	85
II. <i>Logique et treillis</i>	87
1. Implication et relation d'ordre.....	87
2. Implication et appartenance.....	88
3. Algèbre des classes.....	90
III. <i>Applications</i>	91
1. Fonctions de Boole transitives à deux variables.....	91
2. Fonctions de Boole antisymétriques à deux variables.....	92
3. Fonctions définies par récurrence.....	93

QUATRIÈME PARTIE.

APPLICATIONS DE L'ALGÈBRE DE BOOLE.

I. <i>Algèbre des chaînes de contact</i>	95
Introduction.....	95
1. Schéma général d'une fonction de Boole.....	95
2. Fonction de structure d'un interrupteur et d'une portion de circuit.....	96
3. Relais et éléments de transfert.....	97
4. Analyse d'un schéma.....	98
5. Configurations fondamentales.....	98
6. Remarques sur l'analyse d'un schéma.....	99
7. Construction d'un schéma ayant une fonction de structure donnée.....	100
8. Matrices de Boole.....	101
9. Construction d'un réseau à l'aide des matrices de Boole.....	105
10. Termes redondants.....	108
11. Exercice.....	110
II. <i>Appareils de conception booléenne</i>	110
1. Additionneur binaire.....	110
2. Compteur de parité.....	112
3. Circuit batteur.....	113
4. Exercices.....	114

	Pages.
III. <i>Questions mathématiques de type booléen</i>	116
Introduction.....	116
1. Équations logiques.....	117
2. Exemple de problème booléen.....	118
3. Une application à l'étude des graphes.....	120
4. Code binaire cyclique.....	122
5. Problème.....	123
6. Probabilités.....	124
7. Conclusion.....	125