

*When we have not what we like,
we must like what we have.
(Bussy-Rabutin)*

INHALTSVERZEICHNIS

1. **Grundbegriffe der Graphentheorie** 9
 - 1.1 Graphen, Untergraphen, Faktoren 14
 - 1.2 Wege, Kreise, Zusammenhang 17
 - 1.3 Eulersche Kreise 20
 - 1.4 Hamiltonsche Kreise 22
 - 1.5 Planare Graphen 24
 - 1.6 Digraphen 29
2. **Graphentheoretische Algorithmen** 33
 - 2.1 Algorithmen 34
 - 2.2 Zur Darstellung von Graphen 37
 - 2.3 Der Algorithmus von Hierholzer 39
 - 2.4 Bemerkungen zur Schreibweise 42
 - 2.5 Zur Komplexität von Algorithmen 45
 - 2.6 Kreisfreie Digraphen 48
3. **Wege** 51
 - 3.1 Kürzeste Wege 51
 - 3.2 Endliche metrische Räume 54
 - 3.3 Abstände in Graphen 56
 - 3.4 Die Bellman-Gleichungen und kreisfreie Digraphen 58
 - 3.5 Zur Projektplanung 60
 - 3.6 Der Algorithmus von Dijkstra 64
 - 3.7 Der Algorithmus von Floyd-Warshall 67
 - 3.8 Kreise negativer Länge 71
 - 3.9 Wegalgebren 73
4. **Bäume und Matroide** 79
 - 4.1 Bäume und Wälder 79
 - 4.2 Inzidenzmatrizen 81
 - 4.3 Minimale erzeugende Bäume 86
 - 4.4 Die Algorithmen von Prim und Kruskal 88
 - 4.5 Maximale erzeugende Bäume 92
 - 4.6 Der Greedy-Algorithmus 94
 - 4.7 Matroide 96
 - 4.8 Dualität 102
5. **Flüsse** 105
 - 5.1 Die Sätze von Ford und Fulkerson 105
 - 5.2 Der Algorithmus von Edmonds und Karp 112
 - 5.3 Geschichtete Netzwerke und Phasen 119
 - 5.4 Konstruktion blockierender Flüsse 126
 - 5.5 Null-Eins-Flüsse 135

- 6. Kombinatorische Anwendungen** 139
- 6.1 Disjunkte Wege: Der Satz von Menger 139
 - 6.2 Korrespondenzen: Der Satz von König 143
 - 6.3 Partielle Transversalen: Der Heiratssatz 147
 - 6.4 Kombinatorik von Matrizen 153
 - 6.5 Zerlegungen: Der Satz von Dilworth 158
 - 6.6 Vergleichbarkeits- und Intervallgraphen 162
 - 6.7 Parallelismen: Der Satz von Baranyai 166
 - 6.8 Angebot und Nachfrage: Der Satz von Gale und Ryser 169
- 7. Zirkulationen** 173
- 7.1 Zirkulationen und Flüsse 173
 - 7.2 Zulässige Zirkulationen 177
 - 7.3 Elementare Zirkulationen 183
 - 7.4 Minty's Färbungslemma 185
 - 7.5 Der Algorithmus von Klein 189
 - 7.6 Der Algorithmus von Busacker und Gowen 192
 - 7.7 Einige weitere Probleme 196
- 8. Netzwerk-Synthese** 199
- 8.1 Realisierbarkeit 199
 - 8.2 Synthese minimaler Netzwerke 201
 - 8.3 Kapazitätserhöhung 206
- 9. Zusammenhangsbegriffe** 211
- 9.1 Mehrfach zusammenhängende Graphen 211
 - 9.2 Depth first search 214
 - 9.3 Zweifach zusammenhängende Graphen 218
 - 9.4 Depth first search auf Digraphen 225
 - 9.5 Stark zusammenhängende Digraphen 226
 - 9.6 Kantenzusammenhang 230
- 10. Korrespondenzen** 233
- 10.1 Das 1-Faktor-Theorem 233
 - 10.2 Zunehmende Wege 236
 - 10.3 Konstruktion maximaler Korrespondenzen 240
 - 10.4 Der bipartite Fall 250
 - 10.5 Korrespondenzmatroide 252
- 11. Gewichtete Korrespondenzen** 253
- 11.1 Der bipartite Fall 253
 - 11.2 Der Ungarische Algorithmus 255
 - 11.3 Korrespondenzen, Lineare Programme und Polytope 263
 - 11.4 Der allgemeine Fall 268
 - 11.5 Der Chinesische Postbote 271
 - 11.6 Matching mit Nebenbedingungen 276
- 12. Ein hartes Problem: Das TSP** 277
- 12.1 Problemstellung 277
 - 12.2 NP-Vollständigkeit 280
 - 12.3 Untere Schranken: Relaxation 284
 - 12.4 Untere Schranken: Subgradienten-Optimierung 289
 - 12.5 Approximative Algorithmen 293

12.6	Obere Schranken: Heuristiken	298
12.7	Obere Schranken: Postoptimierung	300
12.8	Exakte Nachbarschaften	304
12.9	Optimale Lösungen: Branch and bound	309
12.10	Ausblick	316

Anhang A. Lösungshinweise 319

A.1	Zu Kapitel 1	319
A.2	Zu Kapitel 2	323
A.3	Zu Kapitel 3	326
A.4	Zu Kapitel 4	330
A.5	Zu Kapitel 5	336
A.6	Zu Kapitel 6	345
A.7	Zu Kapitel 7	352
A.8	Zu Kapitel 8	355
A.9	Zu Kapitel 9	358
A.10	Zu Kapitel 10	363
A.11	Zu Kapitel 11	366
A.12	Zu Kapitel 12	370

Anhang B. Ergänzungen 372

B.1	Liga- und Turnierpläne	372
B.2	Zum Algorithmus von Prim	377
B.3	Zum Algorithmus von Dinic auf 0-1-Netzwerken	377
B.4	Bemerkungen zu Korrespondenzen	378
B.5	Färbungen	379
B.6	Kantenfärbungen	383
B.7	Cayley-Graphen	386
B.8	Einige NP-vollständige Probleme	391

Literaturverzeichnis 398**Symbolverzeichnis** 419

1.	Allgemeine Symbole	419
2.	Spezielle Symbole	420

Verzeichnis der Prozeduren 424**Register** 425