

*When we have not what we like,
we must like what we have.
(Bussy-Rabutin)*

INHALTSVERZEICHNIS

1. GRUNDBEGRIFFE DER GRAPHENTHEORIE 17

- 1.1 Graphen, Untergraphen, Faktoren 18
- 1.2 Wege, Kreise, Zusammenhang, Bäume 22
- 1.3 Eulersche Kreise 31
- 1.4 Hamiltonsche Kreise 33
- 1.5 Planare Graphen 41
- 1.6 Digraphen 46
- 1.7 Eine Anwendung: Turniere und Ligen 50

2. ALGORITHMEN UND KOMPLEXITÄT 55

- 2.1 Algorithmen 56
- 2.2 Zur Darstellung von Graphen 59
- 2.3 Der Algorithmus von Hierholzer 63
- 2.4 Bemerkungen zur Schreibweise 66
- 2.5 Zur Komplexität von Algorithmen 69
- 2.6 Kreisfreie Digraphen 73
- 2.7 NP-vollständige Probleme 76
- 2.8 Die NP-Vollständigkeit von HC 81

3. KÜRZESTE WEGE 89

- 3.1 Kürzeste Wege 89
- 3.2 Endliche metrische Räume 92
- 3.3 Breitensuche und bipartite Graphen 94
- 3.4 Die Bellman-Gleichungen und kreisfreie Digraphen 100
- 3.5 Eine Anwendung: Projektplanung 104
- 3.6 Der Algorithmus von Dijkstra 108
- 3.7 Eine Anwendung: Taktfahrpläne 114
- 3.8 Der Algorithmus von Floyd-Warshall 117
- 3.9 Kreise negativer Länge 123
- 3.10 Wegalgebren 125

4. ERZEUGENDE BÄUME 133

- 4.1 Bäume und Wälder 133
- 4.2 Inzidenzmatrizen 135
- 4.3 Minimale erzeugende Bäume 141
- 4.4 Die Algorithmen von Prim, Kruskal und Boruvka 143
- 4.5 Maximale erzeugende Bäume 152
- 4.6 Steiner-Bäume 154
- 4.7 Restringierte erzeugende Bäume 158
- 4.8 Arboreszenzen und gerichtete Eulersche Kreise 162

5. DER GREEDY-ALGORITHMUS 169

- 5.1 Der Greedy-Algorithmus und Matroide 170
- 5.2 Charakterisierungen von Matroiden 172
- 5.3 Matroid-Dualität 179
- 5.4 Der Greedy-Algorithmus als Approximations-Verfahren 181
- 5.5 Minimierung über Unabhängigkeitssystemen 190
- 5.6 Zugängliche Mengensysteme 195

6. FLÜSSE 201

- 6.1 Die Sätze von Ford und Fulkerson 201
- 6.2 Der Algorithmus von Edmonds und Karp 209
- 6.3 Geschichtete Netzwerke und Phasen 218
- 6.4 Konstruktion blockierender Flüsse 227
- 6.5 Null-Eins-Flüsse 237
- 6.6 Der Algorithmus von Goldberg und Tarjan 242

7. KOMBINATORISCHE ANWENDUNGEN 263

- 7.1 Disjunkte Wege: Der Satz von Menger 263
- 7.2 Korrespondenzen: Der Satz von König 268
- 7.3 Partielle Transversalen: Der Heiratssatz 273
- 7.4 Kombinatorik von Matrizen 281
- 7.5 Zerlegungen: Der Satz von Dilworth 285
- 7.6 Parallelismen: Der Satz von Baranyai 290
- 7.7 Angebot und Nachfrage: Der Satz von Gale und Ryser 294

8. FÄRBUNGEN 299

- 8.1 Vergleichbarkeits- und Intervallgraphen 299
- 8.2 Färbungen 303
- 8.3 Kantenfärbungen 306
- 8.4 Cayley-Graphen 310

9. ZIRKULATIONEN 315

- 9.1 Zirkulationen und Flüsse 315
- 9.2 Zulässige Zirkulationen 319
- 9.3 Elementare Zirkulationen 327
- 9.4 Minty's Färbungslemma 330
- 9.5 Der Algorithmus von Klein 334

- 9.6 Der Algorithmus von Busacker und Gowen 338
- 9.7 Potentiale und ϵ -Optimalität 342
- 9.8 Bestimmung optimaler Zirkulationen durch sukzessive Approximation 353
- 9.9 Eine Polynomiale Refine-Prozedur 358
- 9.10 Der Algorithmus von Klein II 367
- 9.11 Einige weitere Probleme 374

10. NETZWERK-SYNTHESE 377

- 10.1 Symmetrische Netzwerke 378
- 10.2 Synthese Äquivalenter Fluß-Bäume 381
- 10.3 Synthese minimaler Netzwerke 390
- 10.4 Schnitt-Bäume 397
- 10.5 Kapazitätserhöhung 402

11. ZUSAMMENHANGSBEGRIFFE 407

- 11.1 Mehrfach zusammenhängende Graphen 407
- 11.2 Tiefensuche 411
- 11.3 Zweifach zusammenhängende Graphen 415
- 11.4 Tiefensuche auf Digraphen 423
- 11.5 Stark zusammenhänge Digraphen 426
- 11.6 Kantenzusammenhang 431

12. KORRESPONDENZEN 435

- 12.1 Das 1-Faktor-Theorem 436
- 12.2 Zunehmende Wege 439
- 12.3 Alternierende Bäume und Blüten 444
- 12.4 Der Algorithmus von Edmonds 453
- 12.5 Korrespondenzmatroide 472

13. GEWICHTETE KORRESPONDENZEN 475

- 13.1 Der bipartite Fall 476
- 13.2 Der Ungarische Algorithmus 477
- 13.3 Korrespondenzen, Lineare Programme und Polytope 489
- 13.4 Der allgemeine Fall 494
- 13.5 Der chinesische Postbote 499
- 13.6 Korrespondenzen und kürzeste Wege 504
- 13.7 Weitere Probleme über Korrespondenzen 513

14. EIN HARTES PROBLEM: DAS TSP 515

- 14.1 Problemstellung 516
- 14.2 Untere Schranken: Relaxation 519
- 14.3 Untere Schranken: Subgradienten-Optimierung 524
- 14.4 Approximative Algorithmen 530
- 14.5 Obere Schranken: Heuristiken 537
- 14.6 Obere Schranken: Postoptimierung 540
- 14.7 Exakte Nachbarschaften 545
- 14.8 Optimale Lösungen: Branch and bound 551
- 14.9 Ausblick 559
- 14.10 Anhang: Einige NP-vollständige Probleme 561

ANHANG: LÖSUNGSHINWEISE 571**LITERATURVERZEICHNIS 653****SYMBOLVERZEICHNIS 683**

- 1. Allgemeine Symbole 683
- 2. Spezielle Symbole 686

VERZEICHNIS DER PROZEDUREN 691**REGISTER 693**