

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Routenplanung . . . . .	1
1.2	Frequenzplanung im Mobilfunk . . . . .	1
1.3	Museumswärter . . . . .	3
1.4	Das Königsberger Brückenproblem . . . . .	3
1.5	Schiebepuzzle . . . . .	5
1.6	Konzept des Buchs . . . . .	5
1.7	Ergänzungsmaterial und Webseite zum Buch . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>7</b>
2.1	Gerichtete Graphen . . . . .	7
2.2	Teilgraphen und Obergraphen . . . . .	11
2.3	Ungerichtete Graphen, symmetrische Hülle und Orientierungen . . . . .	12
2.4	Linegraphen . . . . .	15
2.5	Graphentheoretische Algorithmen . . . . .	16
2.6	Komplexität und NP-Vollständigkeit . . . . .	23
2.7	Approximations-Algorithmen . . . . .	27
2.8	Übungsaufgaben . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Wege, Kreise und Zusammenhang</b>	<b>31</b>
3.1	Wege . . . . .	31
3.2	Kreisfreie Graphen . . . . .	34
3.3	Zusammenhang . . . . .	36
3.4	Bipartite Graphen . . . . .	42
3.5	Der Satz von Euler . . . . .	43
3.6	Hamiltonsche Wege und Kreise . . . . .	50
3.7	Übungsaufgaben . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Färbungen und Überdeckungen</b>	<b>55</b>
4.1	Cliquen und unabhängige Mengen . . . . .	55
4.2	Färbungen . . . . .	58
4.3	Perfekte Graphen . . . . .	59
4.4	Chordale Graphen . . . . .	61
4.5	Ein einfacher Färbungsalgorithmus . . . . .	66
4.6	Listenfärbungen und Kantenfärbungen . . . . .	68
4.7	Überdeckungen . . . . .	69
4.8	Das $p$ -Center Problem . . . . .	72
4.9	Übungsaufgaben . . . . .	76

<b>5</b>	<b>Transitive Hülle und Irreduzible Kerne</b>	<b>79</b>
5.1	Transitive Hülle . . . . .	79
5.2	Der Tripelalgorithmus . . . . .	83
5.3	Der reduzierte Graph . . . . .	88
5.4	Irreduzible Kerne . . . . .	89
5.5	Übungsaufgaben . . . . .	97
<b>6</b>	<b>Bäume, Wälder und Matroide</b>	<b>99</b>
6.1	Bäume und Wälder . . . . .	99
6.2	Minimale spannende Bäume . . . . .	102
6.3	Der Algorithmus von Kruskal . . . . .	103
6.4	Matroide und Unabhängigkeitssysteme . . . . .	107
6.5	Der Algorithmus von Prim . . . . .	115
6.6	Der Algorithmus von Fredman und Tarjan . . . . .	120
6.7	Der Algorithmus von Borůvka . . . . .	123
6.8	Spannende Bäume mit Gradbeschränkung . . . . .	125
6.9	Die MST-Heuristik für das Traveling Salesman Problem . . . . .	133
6.10	Wurzelbäume in gerichteten Graphen . . . . .	135
6.11	Übungsaufgaben . . . . .	141
<b>7</b>	<b>Suchstrategien</b>	<b>145</b>
7.1	Tiefensuche (DFS) . . . . .	145
7.2	Anwendungen von DFS . . . . .	150
7.3	Tiefensuche für ungerichtete Graphen . . . . .	156
7.4	Breitensuche (BFS) . . . . .	158
7.5	Lexikographische Breitensuche (LEX-BFS) . . . . .	160
7.6	Übungsaufgaben . . . . .	166
<b>8</b>	<b>Kürzeste Wege</b>	<b>167</b>
8.1	Grundlegende Eigenschaften kürzester Wege . . . . .	168
8.2	Bäume kürzester Wege . . . . .	171
8.3	Ein Grundgerüst zur Berechnung kürzester Wege . . . . .	172
8.4	Der Algorithmus von Dijkstra . . . . .	175
8.5	Der Algorithmus von Bellman und Ford . . . . .	181
8.6	Kreise negativer Länge . . . . .	184
8.7	Die Bellmanschen Gleichungen und kreisfreie Graphen . . . . .	186
8.8	Kürzeste Wege für alle Paare (APSP) . . . . .	187
8.9	Längste Wege . . . . .	189
8.10	Übungsaufgaben . . . . .	191
<b>9</b>	<b>Flüsse und Strömungen</b>	<b>193</b>
9.1	Flüsse und Schnitte . . . . .	193
9.2	Residualnetze und flussvergrößernde Wege . . . . .	197
9.3	Das Max-Flow-Min-Cut-Theorem . . . . .	201
9.4	Der Algorithmus von Ford und Fulkerson . . . . .	202

9.5	Der Algorithmus von Edmonds und Karp	205
9.6	Der Algorithmus von Dinic	209
9.7	Push-Relabel-Algorithmen	216
9.8	Untere Kapazitätsschranken, $b$ -Flüsse und Strömungen	231
9.9	Flussdekomposition	238
9.10	Kombinatorische Anwendungen des Max-Flow-Min-Cut-Theorems	241
9.11	Kostenminimale Flüsse	249
9.12	Maximale Schnitte	266
9.13	Übungsaufgaben	269
<b>10</b>	<b>Matchings</b>	<b>271</b>
10.1	Matchings und die Tutte-Berge-Formel	271
10.2	Alternierende und augmentierende Wege	274
10.3	Matchings maximaler Kardinalität in bipartiten Graphen	276
10.4	Perfekte Matchings in regulären bipartiten Graphen	277
10.5	Perfekte Matchings mit minimalem Gewicht in bipartiten Graphen	279
10.6	Matchings in allgemeinen Graphen	281
10.7	Die Christofides-Heuristik	291
10.8	Gewichtsmaximale Matchings – Approximation in Linearzeit	293
10.9	Übungsaufgaben	296
<b>11</b>	<b>Netzwerkdesign und Routing</b>	<b>299</b>
11.1	Steinerbäume	299
11.2	Spanner	302
11.3	Median eines Baumes	304
11.4	Dynamische Flüsse	305
11.5	Übungsaufgaben	315
<b>12</b>	<b>Planare Graphen</b>	<b>317</b>
12.1	Grundbegriffe	317
12.2	Die Eulersche Polyederformel	320
12.3	Triangulationen	323
12.4	Kreisplanare Graphen	327
12.5	Duale Graphen	330
12.6	Färbung planarer Graphen	332
12.7	Graphembeddings in (orientierbare) Mannigfaltigkeiten	334
12.8	Übungsaufgaben	335
<b>13</b>	<b>Graphtransformationen</b>	<b>337</b>
13.1	Tripeldarstellung von Graphen	337
13.2	Homomorphismen	337
13.3	Das Graphenisomorphieproblem	340
13.4	Homomorphismen und der Reduzierte Graph	342
13.5	Ähnlichkeit von Graphen	343
13.6	Graph-Grammatiken	347

13.7 Übungsaufgaben . . . . .	349
<b>Anhang</b>	<b>351</b>
<b>A Lösungen zu den Aufgaben</b>	<b>353</b>
A.1 Schiebepuzzle . . . . .	353
A.2 Kapitel 2 . . . . .	353
A.3 Kapitel 3 . . . . .	357
A.4 Kapitel 4 . . . . .	361
A.5 Kapitel 5 . . . . .	363
A.6 Kapitel 6 . . . . .	364
A.7 Kapitel 7 . . . . .	367
A.8 Kapitel 8 . . . . .	368
A.9 Kapitel 9 . . . . .	371
A.10 Kapitel 10 . . . . .	375
A.11 Kapitel 11 . . . . .	378
A.12 Kapitel 12 . . . . .	379
A.13 Kapitel 13 . . . . .	380
<b>B Elementare Datenstrukturen</b>	<b>383</b>
B.1 Datenstrukturen für Prioritätsschlangen . . . . .	383
B.2 Verwaltung disjunkter Mengen . . . . .	389
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>393</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>401</b>