

Inhalt

1. Grundlagen 1

- 1.1. Mengentheorie 2
- 1.2. Abbildungen 10
- 1.3. Die ganzen Zahlen 18

2. Gruppentheorie 27

- 2.1. Definition einer Gruppe 28
- 2.2. Einige Beispiele 30
- 2.3. Einige vorbereitende Lemmata 34
- 2.4. Untergruppen 38
- 2.5. Ein Abzählprinzip 45
- 2.6. Normalteiler und Faktorgruppen 51
- 2.7. Homomorphismen 57
- 2.8. Automorphismen 69
- 2.9. Der Satz von Cayley 74
- 2.10. Permutationsgruppen 78
- 2.11. Ein weiteres Abzählprinzip 86
- 2.12. Der Satz von Sylow 95
- 2.13. Direkte Produkte 108
- 2.14. Endliche abelsche Gruppen 114

3. Theorie der Ringe 125

- 3.1. Definition eines Ringes, Beispiele 125
- 3.2. Einige spezielle Klassen von Ringen 130
- 3.3. Homomorphismen 135
- 3.4. Ideale und Faktorringe 138
- 3.5. Weitere Ideale und Faktorringe 142
- 3.6. Der Quotientenkörper eines Integritätsbereichs 145
- 3.7. Euklidische Ringe 148
- 3.8. Ein spezieller Euklidischer Ring 154

XII *Inhalt*

- 3.9. Polynomringe 158
- 3.10. Polynome über dem Körper der rationalen Zahlen 164
- 3.11. Polynomringe über kommutativen Ringen 167
- 4. Vektorräume und Moduln 175**
 - 4.1. Grundlegende Begriffe 176
 - 4.2. Lineare Unabhängigkeit, Basissysteme 182
 - 4.3. Duale Räume 189
 - 4.4. Räume mit einem inneren Produkt 196
 - 4.5. Moduln 209
- 5. Körper 213**
 - 5.1. Erweiterungskörper 213
 - 5.2. Die Transzendenz von e 222
 - 5.3. Die Wurzeln von Polynomen 225
 - 5.4. Konstruktion mit Zirkel und Lineal 234
 - 5.5. Weitere Eigenschaften von Wurzeln 238
 - 5.6. Grundlagen der Galoisschen Theorie 243
 - 5.7. Lösbarkeit durch Radikale 256
 - 5.8. Galoisgruppen über dem Körper der rationalen Zahlen 262
- 6. Lineare Transformationen 267**
 - 6.1. Die Algebra der linearen Transformationen 268
 - 6.2. Eigenwerte 276
 - 6.3. Matrizen 280
 - 6.4. Normalformen: Dreiecksform 292
 - 6.5. Normalformen: Nilpotente Transformationen 299
 - 6.6. Normalformen: Eine Zerlegung von V : Jordansche Normalform 305
 - 6.7. Normalformen: Rationale kanonische Form 313
 - 6.8. Spur und Transponierte einer Matrix 321
 - 6.9. Determinanten 330
 - 6.10. Hermitesche, unitäre und normale Transformationen 344
 - 6.11. Reelle quadratische Formen 358
- 7. Ausgewählte Themen 363**
 - 7.1. Endliche Körper 364
 - 7.2. Der Satz von Wedderburn über endliche Schiefkörper 368
 - 7.3. Ein Satz von Frobenius 376
 - 7.4. Ganzzahlige Quaternionen und der Satz über die vier Quadratzahlen 380
- Register 387**