

Inhaltsverzeichnis.

Erster Abschnitt: Grundlegende Eigenschaften der algebraischen Gleichungen.

	Seite
Erstes Kapitel. Einleitung	1
1. Veränderliche und Funktionen	1
2. Rationale Funktionen	1
3. Ganze rationale Funktionen	1
4. Mehrere Veränderliche	2
5. Gleichungen	3
6. Gegenstand des Buches	4
Zweites Kapitel. Komplexe Zahlen	4
1. Historisches	4
2. Zahlenpaare	5
3. Körper	6
4. Der Körper der komplexen Zahlen	10
5. Bezeichnungen	13
6. Anordnung	13
7. Bewertung	15
8. Bedeutung der komplexen Zahlen für die algebraischen Gleichungen	17
9. Einzigkeit der komplexen Zahlen	18
10. Geometrische Deutung der komplexen Zahlen.	20
11. Potenzen und Wurzeln.	22
12. Absoluter Betrag	23
Drittes Kapitel. Ganze rationale Funktionen	24
1. Abschätzung für große $ z $	24
2. Abschätzung für kleine $ z $	25
3. Die Abgeleiteten	25
4. Stetigkeit	27
5. Differentiation	27
6. Funktionen mehrerer Variablen	29
7. Der Eulersche Satz für homogene Funktionen	30
Viertes Kapitel. Der Fundamentalsatz der Algebra	31
1. Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra	31
2. Funktionentheoretisches	34
Fünftes Kapitel. Teilbarkeitsfragen	36
1. Division durch $z - a$	36
2. Zerlegung in Linearfaktoren	37
3. Gleichungen mit gegebenen Wurzeln	38

	Seite
4. Gleichungen mit reellen Koeffizienten	40
5. Körper und Ringe	41
6. Größter gemeinschaftlicher Teiler	43
7. Mehrfache Wurzeln	45
8. Rationale ganzzahlige Wurzeln	49
9. Restklassenringe, Restklassenkörper	51
10. Fundamentalsatz der Algebra	54
Zweiter Abschnitt: Theorie und Anwendung der Determinanten.	
Erstes Kapitel. Grundeigenschaften der Determinanten	58
1. Historisches	58
2. Definition der Determinanten	59
3. Existenz der Determinanten	61
4. Folgeeigenschaften	63
5. Unitätsbeweis	64
6. Eine Verallgemeinerung	66
7. Eine weitere Eigenschaft der Determinanten	67
8. Entwicklung einer Determinante nach den Elementen einer Kolonne.	67
Zweites Kapitel. Systeme linearer Gleichungen	69
1. Inhomogene Gleichungen	69
2. Die Determinante ist von Null verschieden	70
3. Homogene Gleichungen	71
4. Inhomogene Gleichungen	74
5. Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit	75
6. Beispiele	78
Drittes Kapitel. Weiteres über Determinanten	82
1. Der Multiplikationssatz der Determinanten	82
2. Erweiterung	84
3. Verallgemeinerung	85
4. Adjungierte Matrix	87
5. Symmetrische Determinanten.	90
6. Schiefsymmetrische Determinanten	91
Viertes Kapitel. Quadratische und bilineare Formen.	93
1. Matrizenkalkül	93
2. Bilinearformen	96
3. Quadratische Formen	97
4. Reziproke Matrix	99
5. Rang	100
6. Transformation einer quadratischen Form auf eine Summe von Quadraten	100
7. Trägheitsgesetz der quadratischen Formen	103
8. Definite Formen	104
9. Orthogonale Transformationen	107
10. Hermitesche Formen	115

Dritter Abschnitt: Symmetrische Funktionen.

Erstes Kapitel. Der Hauptsatz über symmetrische Funktionen	117
1. Einfachste symmetrische Funktionen	117
2. Elementarsymmetrische Funktionen	119

3. Potenzsummen	121
4. Zweite Methode für Potenzsummen	123
5. Formalsymmetrisch und Wertesymmetrisch	124
6. Der Hauptsatz	125
7. Grad und Gewicht	126
8. Zweiter Beweis des Hauptsatzes	128
9. Rationale Funktionen der Gleichungswurzeln	130
10. Algebraische Zahlen	134
11. Resultanten	134
12. Diskriminanten	135
13. Verallgemeinerung	137
14. Berechnung der Diskriminante in einigen besonderen Fällen	138

Zweites Kapitel. Die Transformation von Gleichungen. 139

1. Beseitigung des zweiten Gliedes	139
2. Tschirnhaus-Transformation	140
3. Beispiele	142
4. Jerrards Transformation	143
5. Verallgemeinerung.	144

Vierter Abschnitt: Numerische Auflösung der Gleichungen.

Erstes Kapitel. Näherungsweise Ermittlung der reellen Wurzeln . 147

1. Obere Schranke der Wurzeln	147
2. Cauchys Methode	148
3. Newtons Methode	148
4. Untere Schranke der reellen Wurzeln	149
5. Prinzip der Vorzeichen	150
6. Trennung der Wurzeln	151
7. Graphische Verfahren	152
8. Kritisches	156
9. Die Nomographie	157
10. Verbesserung der Näherungswerte.	158
11. Die Regula falsi.	158
12. Die Newtonsche Näherungsmethode	160
13. Methode von Lagrange.	161

Zweites Kapitel. Anzahl der reellen Wurzeln in einem Intervall. . 164

1. Die Cartesische Zeichenregel	164
2. Der Satz von Rolle	167
3. Der Budan-Fouriersche Satz	169
4. Der Sturmsche Satz	173
5. Mehrfache Wurzeln	176
6. Modifikation des Sturmschen Verfahrens	177
7. Erweiterung	178
8. Legendresche Polynome	179
9. Zweites Beispiel	180
10. Lösung des Sturmschen Problems mit Hilfe der Theorie der quadratischen Formen	183

	Seite
Drittes Kapitel. Anzahl der Wurzeln in einem Bereich	187
1. Das Verfahren von A. Cohn	187
2. Beweis der Cohnschen Regeln	188
3. Ein Kriterium von I. Schur für Gleichungen, deren sämtliche Wurzeln dem Inneren des Einheitskreises angehören	189
4. Ein Satz von Kakeya	189
5. Gleichungen, deren sämtliche Wurzeln negativen Realteil besitzen	191
Viertes Kapitel. Das Graeffesche Verfahren	193
1. Das Graeffesche Verfahren	193
2. Komplexe Wurzeln	195
3. Wurzeln vom selben absoluten Betrag	197
4. Beispiele	199
Fünftes Kapitel. Sätze über die Lage der Gleichungswurzeln.	204
1. Der Satz von Gauß	204
2. Der Satz von Rolle	204
3. Der Satz von Poulain	205
4. Beispiele	206
5. Ein Satz von Laguerre.	207
6. Ein Satz von Fejér	208
7. Der Faltungssatz von Grace	210
8. Kompositionssätze	212
9. Der Satz von Grace-Heawood.	215
10. Ein Satz von Walsh	217
Fünfter Abschnitt: Algebraische Auflösung der Gleichungen.	
Erstes Kapitel. Algebraische Auflösung der Gleichungen dritten und vierten Grades	221
1. Begriff der algebraischen Auflösung	221
2. Die Gleichung dritten Grades	222
3. Diskussion der Auflösung.	224
4. Die Gleichung vierten Grades	226
5. Diskussion der Auflösung.	227
6. Lagranges Kritik der Methoden	228
Zweites Kapitel. Reziproke Gleichungen. Binomische Gleichungen	232
1. Reziproke Gleichungen	232
2. Binomische Gleichungen	235
3. Einheitswurzeln	237
Drittes Kapitel. Von den Einheitswurzeln	239
1. Primitive Einheitswurzeln	239
2. Näheres über primitive Einheitswurzeln	241
3. Anzahl der primitiven Wurzeln	243
4. Algebraische Bestimmung der Einheitswurzeln	244
5. Bestimmung von $\varphi(n)$	245
6. Die Kreisteilungsgleichung	246
7. Ein Satz von Gauß	247
8. Eisensteins Irreduzibilitätskriterium	249

9. Die Irreduzibilität der Kreisteilungsgleichung	249
10. Der Dedekind-Spätische Beweis für die Irreduzibilität der Kreisteilungsgleichung	250
11. Potenzsummen der Einheitswurzeln	252
12. Eine Anwendung	253
Viertes Kapitel. Zahlentheoretisches	255
1. Die Funktion $\varphi(n)$	255
2. Kongruenzen	257
3. Reste	259
4. Lineare Kongruenzen	260
5. Systeme von linearen Kongruenzen	263
6. Ein System mit wechselndem Modul	264
7. Kongruenzen höherer Ordnung	265
8. Maximalzahl der Wurzeln	266
9. Der kleine Fermatsche Satz	267
10. Primitive Wurzeln	269
11. Primzahlmodul	270
12. Zusammengesetzter Modul	272
13. Der Wilsonsche Satz	273
14. Zweiter Beweis des Wilsonschen Satzes	274
15. Restklassenringe, Restklassenkörper	275
Fünftes Kapitel. Zyklische Gleichungen	276
1. Gruppierung der Wurzeln	276
2. Reduktion auf zwei Hilfsgleichungen	278
3. Reziproke Gleichungen als Spezialfall	280
4. Zyklische Gleichungen	280
5. Realitätsfragen	283
6. Zyklische Gleichungen, deren Grad keine Primzahl ist	284
7. Abelsche Gleichungen	286
Sechstes Kapitel. Algebr. Auflösung der Kreisteilungsgleichungen	286
1. Darstellung der Einheitswurzeln durch Wurzelzeichen	286
2. Mit Zirkel und Lineal konstruierbare reguläre Polygone	288
3. Notwendige Bedingungen für die Eckenzahl konstruierbarer Polygone	290
4. Dreiteilung des Winkels	292
5. Realitätsfragen	292
6. Beispiele	294
Siebentes Kapitel. Substitutionsgruppen	303
1. Substitutionen	303
2. Rechenregeln	305
3. Zerlegung in Zyklen	307
4. Substitutionsgruppen	307
5. Der Gruppenbegriff	309
6. Untergruppen	312
7. Konjugierte Untergruppen	313
8. Beispiele von ausgezeichneten Untergruppen	314
9. Maximale ausgezeichnete Untergruppen	315
10. Einfachheit der alternierenden Gruppe für $n > 4$	316

	Seite
Achtes Kapitel. Anwendung der Gruppentheorie und der Körpertheorie auf die Theorie der algebraischen Gleichungen	319
1. Körper, Reduzibilität, Irreduzibilität	319
2. Adjunktion	319
3. Galoissche Körper.	321
4. Darstellung gewisser Substitutionen durch rationale Funktionen	322
5. Die Galoissche Gruppe.	323
6. Erläuterungen	324
7. Konstruktion der Galoisschen Gruppe	325
8. Beispiele von Galoisschen Gruppen	327
9. Der Satz von Lagrange	329
10. Reduktion der Galoisschen Gruppe durch Adjunktion	331
11. Galoissche Gleichungen	332
12. Abelsche Gleichungen	334
13. Reduktion durch Radikale	334
14. Folgerungen betr. Auflösung durch Quadratwurzeln	336
15. Die allgem. Gleichung n -ten Grades kann nicht durch Radikale gelöst werden	336
16. Numerisch gegebene, nicht durch Radikale lösbare Gleichungen	338
17. Transzendente Zahlen	339

Anhang.

Kettenbrüche	341
1. Definition	341
2. Näherungsbrüche	342
3. Approximation durch die Näherungsbrüche	344
4. Unendliche Kettenbrüche	345
5. Periodische Kettenbrüche	347
6. Symmetrische Perioden	349
7. Gemischte Perioden	350
8. Umkehrung	350
Register	357