

Inhaltsverzeichnis.

Seite

| | |
|----------------------|---|
| Einleitung | 1 |
|----------------------|---|

Erster Abschnitt.

Grundlegende Entwicklungen.

Erstes Kapitel. Rationale Funktionen.

| | |
|--|----|
| 1. Ganze rationale Funktionen | 4 |
| 2. Satz von Gauß nebst Verallgemeinerung | 5 |
| 3. Division ganzer Funktionen durcheinander | 7 |
| 4. Division durch eine lineare Funktion | 8 |
| 5. Teilbarkeit der ganzen Funktionen | 10 |
| 6. Der größte gemeinsame Teiler zweier Funktionen $f(x)$ und $\varphi(x)$ | 10 |
| 7. Berechnung des größten gemeinsamen Teilers zweier Funktionen | 13 |
| 8. Resultante zweier Funktionen zweiten Grades und Diskriminante einer Funktion dritten Grades | 15 |
| 9. Produkt von n linearen Funktionen und binomischer Lehrsatz | 17 |
| 10. Lösung einer Interpolationsaufgabe | 20 |
| 11. Arithmetische Reihen höherer Ordnung | 23 |
| 12. Polynomischer Lehrsatz | 26 |
| 13. Sätze über Ableitungen ganzer Funktionen | 27 |
| 14. Interpolationsformel und Partialbrüche | 31 |
| 15. Entwicklung gebrochener rationaler Funktionen | 34 |
| 16. Bezeichnung ganzer Funktionen mehrerer Variablen | 36 |
| 17. Ableitungen ganzer Funktionen mehrerer Variablen | 38 |
| 18. Sätze über homogene Funktionen | 40 |
| 19. Reduzibilität und Irreduzibilität der Funktionen $f(x, y, \dots)$ | 43 |
| 20. Beweis des Hauptsatzes über Reduzibilität der Funktionen | 45 |

Zweites Kapitel. Matrizen und Determinanten.

| | |
|--|----|
| 1. Anordnungen von n Dingen | 48 |
| 2. Begriffe der Matrizen und der Determinanten | 50 |
| 3. Sätze über Determinanten | 52 |
| 4. Erste Darstellung einer Determinante durch Minoren | 53 |
| 5. Allgemeine Darstellung einer Determinante durch Minoren | 57 |
| 6. Geränderte Determinanten | 59 |
| 7. Multiplikation von Matrizen und von Determinanten | 61 |
| 8. Reziproke Determinanten | 65 |
| 9. Satz von Sylvester | 68 |
| 10. Sätze über lineare Abhängigkeit | 69 |
| 11. Symmetrische Matrizen und Determinanten | 73 |
| 12. Auflösung linearer Gleichungen | 76 |
| 13. Auflösung homogener linearer Gleichungen | 79 |

Drittes Kapitel. Analytische Entwicklungen über ganze Funktionen.

| | Seite |
|---|-------|
| 1. Angabe des Hauptsatzes der Algebra nebst Folgerungen | 83 |
| 2. Stetigkeit der ganzen Funktionen nebst Folgerungen | 86 |
| 3. Beweis des Hauptsatzes der Algebra | 90 |
| 4. Stetigkeit der Wurzeln einer Gleichung | 92 |
| 5. Weiteres über Änderung der Wurzeln | 96 |

Viertes Kapitel. Symmetrische Funktionen und Elimination.

| | |
|--|-----|
| 1. Begriff und Einteilung der symmetrischen Funktionen | 99 |
| 2. Potenzsummen und Grundfunktionen | 101 |
| 3. Hauptsatz über symmetrische Funktionen | 104 |
| 4. Diskriminante | 108 |
| 5. Resultante und Elimination | 113 |
| 6. Elimination bei zwei Variablen | 121 |

Fünftes Kapitel. Lineare Transformationen.

| | |
|--|-----|
| 1. Invarianten binärer Formen | 124 |
| 2. Kovarianten binärer Formen | 129 |
| 3. Beispiel der binären kubischen Form | 132 |
| 4. Invarianten der binären biquadratischen Form | 138 |
| 5. Kovarianten der binären biquadratischen Form | 144 |
| 6. Substitutionen und Formen mit mehreren Variablen | 148 |
| 7. Rang einer quadratischen Form | 152 |
| 8. Kanonische Gestalt einer quadratischen Form von n Variablen | 154 |
| 9. Weiteres über die kanonische Gestalt einer reellen quadratischen Form | 158 |

Sechstes Kapitel. Transformationen höheren Grades.

| | |
|---|-----|
| 1. Ansatz der Tschirnhaustransformation | 163 |
| 2. Hermitesche Gestalt der Tschirnhaustransformation | 165 |
| 3. Beispiel der kubischen Gleichung | 174 |
| 4. Determinante für die Tschirnhausresolvente | 178 |
| 5. Drittes Glied der Tschirnhausresolvente | 180 |
| 6. Lösung der biquadratischen Gleichung und Schlußbemerkung | 183 |

Zweiter Abschnitt.**Einzelsätze über reelle Gleichungen.****Erstes Kapitel. Realität und Eingrenzung der Wurzeln reeller Gleichungen.**

| | |
|--|-----|
| 1. Wurzelrealität bei Gleichungen 2., 3. und 4. Grades | 186 |
| 2. Bézoutiante und Wurzelrealität | 189 |
| 3. Eingrenzung der Wurzeln einer Gleichung | 194 |
| 4. Sätze von Budan und Cartesius | 195 |
| 5. Satz von Newton und Sylvester | 198 |
| 6. Satz von Rolle | 203 |
| 7. Invariante Gestalt des Rolleschen Satzes | 205 |

Zweites Kapitel. Satz von Sturm und verwandte Entwicklungen.

| | |
|--|-----|
| 1. Satz von Sturm | 210 |
| 2. Säkulargleichung | 213 |
| 3. Sätze von Hermite | 217 |
| 4. Sätze von Hurwitz | 221 |
| 5. Satz von Kronecker | 226 |
| 6. Abzählung komplexer Wurzeln in einem Bereiche | 231 |
| 7. Weitere Sätze von Hurwitz | 235 |

Drittes Kapitel. Numerische Lösung reeller Gleichungen.

| | Seite |
|--|-------|
| 1. Erweiterte Newtonsche Näherungsmethode | 242 |
| 2. Näherungsmethoden von D. Bernoulli und Graeffe | 245 |
| 3. Näherungsmethode von Lagrange | 248 |
| 4. Näherungsmethode von Laguerre | 252 |
| 5. Trigonometrische Lösung der kubischen Gleichungen | 258 |
| 6. Lösung dreigliedriger Gleichungen | 260 |

Dritter Abschnitt.

Galoissche Gleichungstheorie.

Erstes Kapitel. Endliche Gruppen.

| | |
|--|-----|
| 1. Begriff einer Gruppe | 265 |
| 2. Einheitselemente und inverse Elemente | 268 |
| 3. Begriff des Teilers einer Gruppe | 270 |
| 4. Konjugierte Teiler und Normalteiler einer Gruppe | 272 |
| 5. Sätze über Normalteiler einer Gruppe | 275 |
| 6. Kompositionsreihen einer Gruppe \mathfrak{G}_m | 278 |
| 7. Sätze über die Kompositionsreihen einer \mathfrak{G}_m | 281 |
| 8. Metazyklische Gruppen | 284 |
| 9. Klassen von Elementen und Teilern einer Gruppe \mathfrak{G}_m | 287 |
| 10. Kommutatorgruppe einer Gruppe \mathfrak{G}_m | 289 |
| 11. Sätze von Sylow | 291 |
| 12. Sätze von Frobenius | 295 |
| 13. Folgerungen aus den Sätzen von Sylow und Frobenius | 299 |
| 14. Einfache Gruppen niederer Ordnungen | 303 |

Zweites Kapitel. Abelsche Gruppen.

| | |
|---|-----|
| 1. Metazyklischer Charakter der Abelschen Gruppen | 310 |
| 2. Basis einer Abelschen Gruppe | 311 |
| 3. Invarianten einer Abelschen Gruppe | 314 |
| 4. Gruppencharaktere und Existenz der Abelschen Gruppen | 317 |
| 5. Teiler einer Abelschen Gruppe | 321 |
| 6. Zweiseitige Elemente einer Abelschen Gruppe | 324 |
| 7. Gruppe der $\varphi(n)$ Zahlklassen mod n | 325 |

Drittes Kapitel. Permutationsgruppen.

| | |
|--|-----|
| 1. Erklärung der Permutationsgruppen | 329 |
| 2. Transitiv und intransitive Gruppen | 332 |
| 3. Darstellung jeder \mathfrak{G}_m als Permutationsgruppe | 333 |
| 4. Primitive und imprimitive Gruppen | 337 |
| 5. Zyklische Permutationen, Transpositionen und alternierende Gruppe | 339 |
| 6. Sätze über transitive Permutationsgruppen | 345 |
| 7. Sätze über die Indizes der Teiler von $\mathfrak{G}_{n!}$ | 348 |

Viertes Kapitel. Grundsätze der Galoisschen Gleichungstheorie.

| | |
|--|-----|
| 1. Zahlkörper und zugehörige Funktionen | 354 |
| 2. Reduzible und irreduzible Funktionen in \mathfrak{K} | 355 |
| 3. Algebraische Zahlen in bezug auf einen Zahlkörper | 357 |
| 4. Gleichzeitige Adjunktion mehrerer algebraischer Zahlen | 360 |
| 5. Primitive und imprimitive Zahlen eines Körpers (\mathfrak{K}, θ) | 363 |
| 6. Galoissche Körper und Galoissche Resolventen | 366 |
| 7. Gruppe der Transformationen eines Normalkörpers in sich | 369 |

| | Seite |
|--|-------|
| 8. Galoissche Gruppe einer Gleichung $f(z) = 0$ | 372 |
| 9. Imprimitive Gleichungen | 374 |
| 10. Teiler der Galoisschen Gruppe \mathfrak{G}_m und zugehörige Zahlen | 378 |
| 11. System der Resolventen einer Gleichung $f(z) = 0$ | 381 |
| 12. Auflösungsprozeß einer Gleichung $f(z) = 0$ | 383 |
| 13. Begriff des Affektes einer Gleichung $f(z) = 0$ | 386 |
| 14. Allgemeine Gleichung n^{ten} Grades | 389 |
| 15. Lösung der allgemeinen Gleichung vierten Grades | 393 |
| 16. Lösung der allgemeinen Gleichung dritten Grades | 396 |

Fünftes Kapitel. Algebraisch lösbare Gleichungen.

| | |
|--|-----|
| 1. Einheitswurzeln und Kreisteilungsgleichungen | 399 |
| 2. Irreduzibilität der Kreisteilungsgleichung | 403 |
| 3. Diskriminante der Kreisteilungsgleichung bei Primzahlgrad | 408 |
| 4. Metazyklische, Abelsche und zyklische Gleichungen | 410 |
| 5. Lösung der zyklischen Gleichungen von Primzahlgrad | 413 |
| 6. Die Resolventen der Kreisteilungsgleichung | 418 |
| 7. Die quadratische Resolvente der Kreisteilungsgleichung | 424 |
| 8. Die Lagrangeschen Solventen der Kreisteilungsgleichung | 429 |
| 9. Lösung der Kreisteilungsgleichung | 435 |
| 10. Kubische und biquadratische Resolventen der Kreisteilungsgleichung | 438 |
| 11. Metazyklische Gleichungen von Primzahlgrad | 443 |
| 12. Verhalten der Lagrangeschen Solventen gegenüber der Gruppe $\mathfrak{G}_{p(p-1)}$ | 451 |
| 13. Lösung der metazyklischen Gleichungen eines Primzahlgrades | 456 |
| 14. Reelle metazyklische Gleichungen eines Primzahlgrades | 460 |
| Register | 463 |