

# Inhaltsverzeichnis.

Einleitung . . . . .	Seite 1
----------------------	------------

## Erster Abschnitt.

### Endliche Gruppen binärer Substitutionen und Gleichungen fünften Grades.

#### Erstes Kapitel. Einleitende Sätze über Gruppen linearer Substitutionen.

§ 1. Erklärung und Zusammensetzung linearer Substitutionen . . . . .	2
§ 2. Pole und charakteristische Gleichung einer Substitution . . . . .	4
§ 3. Normalgestalt einer linearen Substitution . . . . .	7
§ 4. Endliche Gruppen linearer Substitutionen . . . . .	12
§ 5. Invarianten endlicher Gruppen $\mathfrak{G}_m$ . . . . .	14
§ 6. Existenz und Darstellung der Invarianten einer $\mathfrak{G}_m$ . . . . .	15
§ 7. Formenproblem einer endlichen Gruppe $\mathfrak{G}_m$ . . . . .	19

#### Zweites Kapitel. Polyedergruppen.

§ 1. Einteilung der linearen Substitutionen einer Variablen . . . . .	24
§ 2. Veranschaulichung der linearen Substitutionen einer Variablen . . . . .	26
§ 3. Projektion der $z$ -Ebene auf eine Kugelfläche . . . . .	29
§ 4. Diophantische Gleichung für die Gruppen $\mathfrak{G}_m$ . . . . .	32
§ 5. Existenz der endlichen Gruppen $\mathfrak{G}_m$ . . . . .	35
§ 6. Normalgestalt der Ikosaedergruppe . . . . .	41
§ 7. Erweiterte Polyedergruppen . . . . .	43
§ 8. Diskontinuitätsbereich einer Gruppe . . . . .	47
§ 9. Homogene Polyedergruppen . . . . .	50

#### Drittes Kapitel. Ikosaedergleichung und ihre Resolventen.

§ 1. Invarianten der Ikosaedergruppe . . . . .	52
§ 2. Formenproblem der Ikosaedergruppe . . . . .	55
§ 3. Resolvente fünften Grades der Ikosaedergleichung . . . . .	58
§ 4. Weitere Gestalten der Resolvente fünften Grades . . . . .	62
§ 5. Diskriminanten der Resolventen fünften Grades . . . . .	66
§ 6. Resolvente sechsten Grades der Ikosaedergleichung . . . . .	69
§ 7. Diskriminante der Resolvente sechsten Grades . . . . .	72
§ 8. Beziehung zwischen den beiden Resolventen fünften und sechsten Grades . . . . .	74

### Viertes Kapitel. **Transzendente Lösung der Ikosaedergleichung.**

§ 1.	Einführung der Modulgruppe $\mathfrak{G}$ . . . . .	76
§ 2.	Dreiecksnetz und DB der Modulgruppe . . . . .	79
§ 3.	Modulfunktion $J(\omega)$ . . . . .	84
§ 4.	Modulformen $g_2, g_3$ und $\mathcal{L}$ . . . . .	85
§ 5.	Formenproblem der Modulgruppe . . . . .	89
§ 6.	Hauptkongruenzgruppe fünfter Stufe . . . . .	91
§ 7.	Modulfunktionen fünfter Stufe . . . . .	94
§ 8.	Transzendente Lösung der Ikosaedergleichung und ihrer Resolventen . . . . .	98

### Fünftes Kapitel. **Bringsche Gleichung fünften Grades.**

§ 1.	Einführung einer neuen unendlichen Gruppe . . . . .	100
§ 2.	Funktionen der Gruppe $\mathfrak{G}^{(5)}$ . . . . .	103
§ 3.	Hauptkongruenzgruppe fünfter Stufe . . . . .	107
§ 4.	DB der Hauptkongruenzgruppe fünfter Stufe . . . . .	109
§ 5.	Bringsche Gleichung fünften Grades . . . . .	113
§ 6.	Transzendente Lösung der Bringschen Gleichung . . . . .	116
§ 7.	Galoisscher Körper der Bringschen Gleichung . . . . .	119
§ 8.	Bringsche Kurve in Tetraederkoordinaten . . . . .	122
§ 9.	Parameterdarstellung der Bringschen Kurve . . . . .	124
§ 10.	Resolvente sechsten Grades der Bringschen Gleichung . . . . .	127
§ 11.	Beziehung der Resolvente sechsten Grades zur Bringschen Kurve . . . . .	129
§ 12.	Beziehung der Bringschen Gleichung zur Resolvente fünften Grades der Ikosaedergleichung . . . . .	132
§ 13.	Beziehung zwischen den beiden Resolventen sechsten Grades . . . . .	135

### Sechstes Kapitel. **Allgemeine Gleichung fünften Grades.**

§ 1.	Allgemeine Gleichung und Hauptgleichung fünften Grades . . . . .	138
§ 2.	Zwei Scharen von Hauptgleichungen als Resolventen . . . . .	141
§ 3.	Bringsche Gleichung als Resolvente der allgemeinen Gleichung fünften Grades . . . . .	146
§ 4.	Diagonalgleichung fünften Grades mit einem Parameter . . . . .	148
§ 5.	Allgemeine Gleichung fünften Grades und Partialresolventen der Ikosaedergleichung . . . . .	152
§ 6.	Ikosaedergleichung als Resolvente der allgemeinen Gleichung fünften Grades . . . . .	153
§ 7.	Schar der Hauptresolventen . . . . .	156
§ 8.	Zweiter Weg von der allgemeinen Gleichung zum Ikosaeder . . . . .	159
§ 9.	Formensystem der ternären Ikosaedergruppe . . . . .	164
§ 10.	Jacobische Gleichung sechsten Grades . . . . .	169
§ 11.	Aufstellung einiger Hilfssätze . . . . .	171
§ 12.	Resolventen mit einem Parameter . . . . .	176
§ 13.	Satz von Kronecker . . . . .	179

## Zweiter Abschnitt.

### **Endliche Gruppen ternärer Substitutionen und zugehörige Gleichungen.**

#### Erstes Kapitel. **Kleinsche Gruppe und zugehörige invariante Formen.**

§ 1.	Kongruenzgruppen siebenter Stufe in der Modulgruppe . . . . .	182
§ 2.	Erklärung der Kleinschen Gruppe . . . . .	188
§ 3.	Darstellung der Kleinschen Gruppe in oktaedrischen Koordinaten . . . . .	189

	Seite
§ 4. Geometrische Sätze über die Kollineationsgruppe $\mathfrak{G}_{168}$ . . . . .	194
§ 5. Darstellung der Kleinschen Gruppe in Wendedreieckskoordinaten . . . . .	196
§ 6. Zwei Systeme von quadratischen Oktaederformen . . . . .	201
§ 7. System der Invarianten der Kleinschen Gruppe . . . . .	203
§ 8. Invarianten der Kleinschen Gruppe in oktaedrischen Koordinaten . . . . .	208
§ 9. System der acht Wendedreiecke . . . . .	210

**Zweites Kapitel. Formenproblem der Kleinschen Gruppe  
und Gleichungen siebenten Grades.**

§ 1. Ansatz des Formenproblems und Resolvente siebenten Grades . . . . .	211
§ 2. Spezielle Resolventen siebenten Grades . . . . .	212
§ 3. Resolvente achten Grades . . . . .	218
§ 4. Allgemeine Gleichung siebenten Grades mit Galoischer Gruppe $\mathfrak{G}_{168}$ . . . . .	222
§ 5. Zurückführung der Gleichung siebenten Grades auf das Formenproblem der Kleinschen Gruppe . . . . .	226
§ 6. Lösung der speziellen Formenprobleme der Kleinschen Gruppe . . . . .	231
§ 7. Lösung des allgemeinen Formenproblems der Kleinschen Gruppe . . . . .	235

**Drittes Kapitel. Valentinergruppe und zugehörige invariante Formen.**

§ 1. Einführung einer neuen unendlichen Substitutionsgruppe . . . . .	241
§ 2. Dreiecksnetz und DB der Gruppe $\mathfrak{G}$ . . . . .	243
§ 3. Hauptkongruenzgruppe dritter Stufe in der Gruppe $\mathfrak{G}$ . . . . .	246
§ 4. Zyklische und verwandte Teiler der Gruppe $\mathfrak{G}_{360}$ . . . . .	249
§ 5. Tetraeder-, Oktaeder- und Ikosaedergruppen in der $\mathfrak{G}_{360}$ . . . . .	253
§ 6. Kongruenzgruppen vom Index 6 und zugehörige Gleichungen sechsten Grades . . . . .	255
§ 7. Galoischer Körper der Gleichungen sechsten Grades . . . . .	258
§ 8. Herstellung der Valentinergruppe . . . . .	263
§ 9. Invariante sechsten Grades. Erweiterung der $\mathfrak{G}_{360}$ . . . . .	268
§ 10. Zwei Systeme von je sechs Ikosaederformen . . . . .	271
§ 11. Zwei Systeme von je 15 Oktaederformen . . . . .	276
§ 12. Formensystem der Valentinergruppe . . . . .	279
§ 13. Neue Auswahl des Formensystems der Valentinergruppe . . . . .	284
§ 14. Gebrauch der ikosaedrischen Koordinaten . . . . .	286
§ 15. Gebrauch der kanonischen Koordinaten . . . . .	289

**Viertes Kapitel. Formenproblem der Valentinergruppe und  
allgemeine Gleichung sechsten Grades.**

§ 1. Formenproblem der Valentinergruppe und Resolvente sechsten Grades . . . . .	295
§ 2. Spezielle Resolventen sechsten Grades . . . . .	298
§ 3. Notizen über die allgemeine Gleichung sechsten Grades . . . . .	299
§ 4. Herstellung einer Kleinschen Bilinearform . . . . .	302
§ 5. Zurückführung der allgemeinen Gleichung sechsten Grades auf das Formenproblem der Valentinergruppe . . . . .	308
§ 6. Lösung des Formenproblems der Valentinergruppe . . . . .	311
§ 7. Theorem von Wiman . . . . .	314
§ 8. Quaternäre Kollineationsgruppe für die allgemeine Gleichung siebenten Grades . . . . .	321
§ 9. Bericht über weitere Untersuchungen . . . . .	326

## Dritter Abschnitt.

**Geometrische Anwendungen der Gruppentheorie.**

		Seite
<b>Erstes Kapitel. Wendepunkte ebener Kurven dritten Grades.</b>		
§	1. Kovarianten der ternären kubischen Form . . . . .	330
§	2. Wendepunkte der ebenen Kurve dritten Grades . . . . .	333
§	3. Das singuläre Koordinatensystem der Kurve dritten Grades . . . . .	335
§	4. Kollineationsgruppen bei der ebenen Kurve dritten Grades . . . . .	337
§	5. Das kanonische Koordinatensystem bei der Kurve dritten Grades . . . . .	340
§	6. Berechnung der Wendepunkte in kanonischen Koordinaten . . . . .	343
§	7. Beziehung zu den elliptischen Funktionen . . . . .	344
§	8. Begriff einer Tripelgleichung neunten Grades . . . . .	347
§	9. Galoissche Gruppe einer Tripelgleichung neunten Grades . . . . .	349
§	10. Ordnung und Struktur der Galoisschen Gruppe einer Tripelgleichung neunten Grades . . . . .	353
§	11. Notizen über reelle Tripelgleichungen . . . . .	355
 <b>Zweites Kapitel. Doppeltangenten ebener Kurven vierten Grades.</b>		
§	1. Anzahl der Doppeltangenten einer ebenen Kurve vierten Grades . . . . .	357
§	2. Steinersche Komplexe von Doppeltangenten . . . . .	363
§	3. Tripel und Quadrupel von Doppeltangenten . . . . .	367
§	4. Paare und Tripel von Steinerschen Komplexen . . . . .	370
§	5. Aronhold'sche Siebensysteme . . . . .	373
§	6. Neue Bezeichnungen der Doppeltangenten nebst Folgerungen . . . . .	375
§	7. Sätze von Aronhold . . . . .	382
§	8. Galoissche Gruppe der Doppeltangentengleichung . . . . .	388
§	9. Erzeugung der Galoisschen Gruppe der Doppeltangentengleichung . . . . .	392
§	10. Einfachheit der Gruppe der Doppeltangentengleichung . . . . .	396
§	11. Transitivität der Gruppe der Doppeltangentengleichung . . . . .	400
§	12. Realität der Doppeltangenten bei reellen Kurven vierten Grades . . . . .	401
§	13. Existenzbeweis der vier Fälle reeller Doppeltangenten . . . . .	409
Register . . . . .		415