

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Vorwort</i>	viii
<i>Hinweise</i>	x
<i>Kapitel 1</i> <i>MATRIZEN</i>	1
1. Matrizenkalkül	1
2. Zeilenreduktion	10
3. Determinanten	20
4. Permutationsmatrizen	26
5. Cramersche Regel	30
Aufgaben	33
<i>Kapitel 2</i> <i>GRUPPEN</i>	40
1. Die Definition einer Gruppe	40
2. Untergruppen	47
3. Isomorphismen	51
4. Homomorphismen	54
5. Äquivalenzrelationen und Partitionen	56
6. Nebenklassen	61
7. Einschränkung von Homomorphismen auf Untergruppen	64
8. Produkte von Gruppen	66
9. Rechnen mit Kongruenzen	69
10. Faktorgruppen	72
Aufgaben	76
<i>Kapitel 3</i> <i>VEKTORRÄUME</i>	87
1. Reelle Vektorräume	87
2. Abstrakte Körper	91
3. Basen und Dimension	97
4. Rechnen mit Basen	105
5. Unendlichdimensionale Vektorräume	111
6. Direkte Summen	113
Aufgaben	115

<i>Kapitel 4</i>	<i>LINEARE ABBILDUNGEN</i>	122
1.	Die Dimensionsformel	122
2.	Lineare Abbildungen und Matrizen	125
3.	Endomorphismen und Eigenvektoren	129
4.	Das charakteristische Polynom	134
5.	Orthogonale Matrizen und Drehungen	138
6.	Diagonalisierbarkeit	146
7.	Systeme von Differentialgleichungen	149
8.	Die Exponentialabbildung für Matrizen	155
	Aufgaben	161
<i>Kapitel 5</i>	<i>SYMMETRIE</i>	173
1.	Symmetrie ebener Figuren	173
2.	Die Bewegungsgruppe der Ebene	175
3.	Endliche Gruppen von Bewegungen	181
4.	Diskrete Gruppen von Bewegungen	185
5.	Abstrakte Symmetrie: Gruppenoperationen	196
6.	Die Operation auf Nebenklassen	200
7.	Zerlegen und Zählen	202
8.	Permutationsdarstellungen	204
9.	Endliche Untergruppen der Drehgruppe	207
	Aufgaben	211
<i>Kapitel 6</i>	<i>MEHR ÜBER GRUPPEN</i>	221
1.	Operationen einer Gruppe auf sich	221
2.	Klassengleichung der Ikosaedergruppe	225
3.	Operationen auf Teilmengen	228
4.	Die Sylowschen Sätze	230
5.	Die Gruppen der Ordnung 12	235
6.	Rechnen in der symmetrischen Gruppe	237
7.	Die freie Gruppe	245
8.	Erzeugende und Relationen	248
9.	Der Todd–Coxeter–Algorithmus	252
	Aufgaben	259

<i>Kapitel 7</i>	<i>BILINEARFORMEN</i>	269
1.	Definition einer Bilinearform	269
2.	Symmetrische Bilinearformen	275
3.	Geometrie und positiv definite Bilinearformen	281
4.	Hermitesche Formen	283
5.	Der Spektralsatz	287
6.	Kegelschnitte und Quadriken	290
7.	Der Spektralsatz für normale Endomorphismen	293
8.	Schiefsymmetrische Bilinearformen	295
9.	Zusammenfassung der Ergebnisse für Matrizen	296
	Aufgaben	298
<i>Kapitel 8</i>	<i>LINEARE GRUPPEN</i>	307
1.	Klassische lineare Gruppen	307
2.	Die spezielle unitäre Gruppe SU_2	309
3.	Die orthogonale Darstellung von SU_2	314
4.	Die spezielle lineare Gruppe $SL_2(\mathbb{R})$	320
5.	Einparameteruntergruppen	322
6.	Lie-Algebren	326
7.	Translation in einer Gruppe	332
8.	Einfache Gruppen	337
	Aufgaben	342
<i>Kapitel 9</i>	<i>DARSTELLUNGEN VON GRUPPEN</i>	351
1.	Definition einer Darstellung	351
2.	Invariante Formen und unitäre Darstellungen	354
3.	Kompakte Gruppen	357
4.	Invariante Unterräume und irreduzible Darstellungen	359
5.	Charaktere	361
6.	Permutationsdarstellungen und die reguläre Darstellung	367
7.	Darstellungen der Ikosaedergruppe	370
8.	Eindimensionale Darstellungen	371
9.	Das Schursche Lemma und der Beweis der Orthogonalitätsrelationen	372
10.	Darstellungen der Gruppe SU_2	377
	Aufgaben	383

<i>Kapitel 10</i>	<i>RINGE</i>	394
1.	Definition eines Ringes	394
2.	Formale Konstruktion von ganzen Zahlen und Polynomen	397
3.	Homomorphismen und Ideale	403
4.	Restklassenringe und Relationen in einem Ring	411
5.	Adjunktion von Elementen	416
6.	Integritätsbereiche und Quotientenkörper	421
7.	Maximale Ideale	424
8.	Algebraische Geometrie	427
	Aufgaben	434
<i>Kapitel 11</i>	<i>FAKTORZERLEGUNG</i>	446
1.	Faktorzerlegung von ganzen Zahlen und Polynomen	446
2.	Faktorielle Ringe, Hauptidealringe und euklidische Ringe	449
3.	Das Gaußsche Lemma	457
4.	Explizite Zerlegung von Polynomen	462
5.	Primelemente im Ring der ganzen Gaußschen Zahlen	466
6.	Ganze algebraische Zahlen	470
7.	Faktorzerlegung in imaginär-quadratischen Zahlkörpern	476
8.	Faktorzerlegung von Idealen	481
9.	Der Zusammenhang zwischen Primidealen und Primzahlen	487
10.	Idealklassen in imaginär-quadratischen Zahlkörpern	488
11.	Reell-quadratische Zahlkörper	497
12.	Einige diophantische Gleichungen	501
	Aufgaben	505
<i>Kapitel 12</i>	<i>MODULN</i>	516
1.	Die Definition eines Moduls	516
2.	Matrizen, freie Moduln und Basen	518
3.	Das Prinzip der universellen Gültigkeit von Identitäten	522
4.	Diagonalisierbarkeit von ganzzahligen Matrizen	524
5.	Erzeugende und Relationen für Moduln	531
6.	Der Struktursatz für abelsche Gruppen	539
7.	Anwendung auf Endomorphismen von Vektorräumen	545
8.	Freie Moduln über Polynomringen	552
	Aufgaben	553

<i>Kapitel 13</i>	<i>KÖRPER</i>	563
1.	Beispiele von Körpern	563
2.	Algebraische und transzendente Elemente	564
3.	Der Grad einer Körpererweiterung	568
4.	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	572
5.	Symbolische Adjunktion von Nullstellen	579
6.	Endliche Körper	583
7.	Funktionskörper	590
8.	Transzendente Erweiterungen	601
9.	Algebraisch abgeschlossene Körper	603
	Aufgaben	607
<i>Kapitel 14</i>	<i>GALOISTHEORIE</i>	614
1.	Der Hauptsatz der Galoistheorie	614
2.	Kubische Gleichungen	621
3.	Symmetrische Funktionen	626
4.	Primitive Elemente	631
5.	Beweis des Hauptsatzes	635
6.	Gleichungen vierten Grades	640
7.	Kummersche Erweiterungen	647
8.	Kreisteilungserweiterungen	649
9.	Gleichungen fünften Grades	652
	Aufgaben	658
<i>Anhang</i>	<i>VORKENNTNISSE</i>	670
1.	Mengenlehre	670
2.	Beweistechniken	675
3.	Topologie	679
4.	Der Satz über implizite Funktionen	684
	Aufgaben	686
	<i>Symbolverzeichnis</i>	688
	<i>Literaturhinweise</i>	691
	<i>Stichwortverzeichnis</i>	694