

# Inhalt

Einführung: Zur Lösung algebraischer Gleichungen . . . . .	1
1 Elementare Gruppentheorie . . . . .	8
1.1 Gruppen . . . . .	9
1.2 Nebenklassen, Normalteiler, Faktorgruppen . . . . .	14
1.3 Zyklische Gruppen . . . . .	19
2 Ringe und Polynome . . . . .	23
2.1 Ringe, Polynomringe einer Variablen . . . . .	26
2.2 Ideale . . . . .	32
2.3 Ringhomomorphismen, Faktorringe . . . . .	35
2.4 Primfaktorzerlegung . . . . .	42
2.5 Polynomringe in mehreren Variablen . . . . .	52
2.6 Nullstellen von Polynomen . . . . .	58
2.7 Der Satz von Gauß . . . . .	59
2.8 Irreduzibilitätskriterien . . . . .	65
2.9 Elementarteilertheorie* . . . . .	68
3 Algebraische Körpererweiterungen . . . . .	82
3.1 Die Charakteristik eines Körpers . . . . .	84
3.2 Endliche und algebraische Körpererweiterungen . . . . .	86
3.3 Ganze Ringerweiterungen* . . . . .	93
3.4 Algebraischer Abschluß eines Körpers . . . . .	99
3.5 Zerfällungskörper . . . . .	106
3.6 Separable Körpererweiterungen . . . . .	111
3.7 Rein inseparable Körpererweiterungen . . . . .	119
3.8 Endliche Körper . . . . .	123
3.9 Anfänge der algebraischen Geometrie* . . . . .	126
4 Galois-Theorie . . . . .	133
4.1 Galois-Erweiterungen . . . . .	135
4.2 Proendliche Galois-Gruppen* . . . . .	142
4.3 Die Galois-Gruppe einer Gleichung . . . . .	153
4.4 Symmetrische Polynome, Diskriminante und Resultante* . . . . .	161
4.5 Einheitswurzeln . . . . .	176

4.6	Lineare Unabhängigkeit von Charakteren . . . . .	185
4.7	Norm und Spur . . . . .	188
4.8	Zyklische Erweiterungen . . . . .	193
4.9	Galois-Descent* . . . . .	199
5	Fortführung der Gruppentheorie . . . . .	206
5.1	Gruppenaktionen . . . . .	207
5.2	Sylow-Gruppen . . . . .	212
5.3	Permutationsgruppen . . . . .	220
5.4	Auflösbare Gruppen . . . . .	224
6	Anwendungen der Galois-Theorie . . . . .	230
6.1	Auflösbarkeit algebraischer Gleichungen . . . . .	231
6.2	Der Fundamentalsatz der Algebra . . . . .	240
6.3	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal . . . . .	244
7	Transzendente Erweiterungen . . . . .	251
7.1	Transzendenzbasen . . . . .	252
7.2	Tensorprodukte* . . . . .	258
7.3	Separable, primäre und reguläre Erweiterungen* . . . . .	270
7.4	Kalkül der Differentiale* . . . . .	280
	Anhang: Lösungshinweise zu den Aufgaben . . . . .	291
	Literatur . . . . .	320
	Symbolverzeichnis . . . . .	321
	Namen- und Sachverzeichnis . . . . .	324