Inhaltsverzeichnis

Hinweise zur Benutzung des Buches o

§ o : Überblick über logische Symbole und Mengensymbole 1

logische Symbole und Mengensymbole (1) ;
vollständige Induktion (11)

Kapitel I : Algebraische Grundbegriffe 14

§ 1 : Mengen und Abbildungen 14

Abbildungen (14) ; Surjektivität, Injektivität,
Bijektivität, inverse Abbildung (18) ; Einschränkung von Abbildungen (26) ; Abbildungen zwischen
endlichen Mengen (27)

§ 2 : Familien 31

Familien, Folgen, Tupel (31) ; Durchschnitt und
Vereinigung über eine Familie von Mengen (33) ;
cartesisches Produkt über eine Familie von
Mengen (35)

§ 3 : Gruppen 37

Gruppen (37) ; direktes Produkt von Gruppen (42) ;
Permutationsgruppen (42) ; Links- und Rechtstranslationen (43) ; Untergruppen (46) ; Gruppentafeln (49) ; endliche Permutationsgruppen (51) ;
Weiteres über endliche Gruppen (53)

§ 4 : Gruppenhomomorphismen 59

Gruppenhomomorphismus (59) ; Kern und Bild eines Gruppenhomomorphismus (61) ; Automorphismengruppe einer Gruppe (64) ; innere Automorphismen und Zentrum einer Gruppe (68)

§ 5 : Äquivalenzrelationen und Quotientengruppen 7o

Relationen (7o) ; Äquivalenzrelationen (72) ; Partitionen und Äquivalenzrelationen (75) ; Normalteiler von Gruppen und Quotientengruppen (80)

§ 6 : Geordnete Mengen und Verbände 87

Ordnungsrelationen (87) ; Zornsches Lemma (96) ; Verbände (97) ; Verband der Untergruppen einer Gruppe (1o4) ; Abbildungen zwischen geordneten Mengen und Verbänden (1o5)

§ 7 : Ringe und Körper 113

Ringe, Schiefkörper, Körper (113) ; Nullteiler, Integritätsringe (118) ; Charakteristik eines Rings (12o) ; Homomorphismen von Ringen und Körpern (121) ; Unterringe, Unterkörper (123) ; direktes Produkt von Ringen (125) ; der Ring $R(\sqrt{d})$ (125) ; komplexe Zahlen (127)

Anhang zu Kapitel I : Darstellungen von Gruppen 13o

Darstellungen (13o) ; konjugierte Elemente (131); Halbgruppen (132) ; semidirektes Produkt von Gruppen (133)

Kapitel II : Vektorräume und lineare Abbildungen 135

§ 8 : Moduln und Vektorräume 135

Moduln, Vektorräume (135) ; der Modul R^n (138); der Modul R^M aller Abbildungen von einer Menge M in einen Ring R (139) ; Untermoduln (142)

§ 9 : Lineare Abbildungen 147

lineare Abbildungen (147) ; Kern und Bild einer linearen Abbildung (148) ; Streckungen (15o) ; $GL_R(V)$, die Automorphismengruppe eines Moduls (152); Quotientenmoduln (153) ; kommutative Diagramme (155) ; lineare Abbildungen zwischen Quotientenmoduln (158)

§ lo : Der Verband der Untermoduln eines Moduls 161

Verband der Untermoduln (161) ; Verträglichkeit von linearen Abbildungen mit den Verbandsoperationen $\sum$, $\bigcap$ (162) ; 1.Isomorphiesatz (166)

§ 11 : Erzeugendensysteme 167

lineare Hülle, Erzeugendensysteme (167) ; lineare Abbildungen und Erzeugendensysteme (175)

§ 12 : Freie Teilmengen 177

freie Teilmengen (178) ; gebundene Teilmengen (179) ; lineare Abbildungen und freie Teilmengen (186)

§ 13 : Basissysteme 187

Basis (187) ; kanonische Basis von K^n (189) ; kanonische Basis der direkten Summe $K^{(I)}$ (19o) ; lineare Abbildungen und Basen (191) ; lineare Fortsetzung von Abbildungen (192) ; maximale freie Teilmengen, minimale Erzeugendensysteme (195) ; Existenz von Basen in Vektorräumen (197) ; Steinitzscher Austauschsatz (199) ; Dimension eines Vektorraums (2oo) ; Konstruktion von Basen (2o2) ; lineare Fortsetzung von Abbildungen, Teil 2 (2o4) ; Retraktionen, Koretraktionen (2o6) ; endlich-dimensionale Vektorräume (2o8) ; Klassifikation von endlich erzeugten Vektorräumen (211) ; endliche Vektorräume (212)

§ 14 : Direkte Produkte und direkte Summen 218

direktes Produkt einer Familie von Vektorräumen (218) ; direkte Summe einer Familie von Vektorräumen (219) ; induzierte lineare Abbildungen (223)

§ 15 : Lineare Unabhängigkeit und direkte Summen von Unterräumen 225

die Summenabbildung (225) ; linear unabhängige und linear abhängige Familien von Unterräumen (227) ; innere direkte Summe von Unterräumen (228) ; lineare Abbildungen und lineare Unabhängigkeit von Unterräumen (232) ; Basissysteme und innere direkte Summen (235) ; kanonische Basis und Dimension einer (äußeren) direkten Summe (237)

§ 16 : Komplemente von Unterräumen 24o

Komplement eines Unterraums (24o) ; Basis eines Quotientenraums (242) ; Rang einer linearen Abbildung (242) ; Rangformel (243) ; Kodimension eines Unterraums (244) ; lineare Hyperebenen (244) ; Dimensionsformel (für $\cap$, Σ) (245)

§ 17 : Der Vektorraum $Hom_K(V,W)$ 247

der Vektorraum $Hom_K(V,W)$ (247) ; die Algebra $L_K(V)$ (249) ; die allgemeine lineare Gruppe $GL_K(V)$ (251); induzierte Isomorphismen (251) ; kanonische Basis für $Hom_K(V,W)$ (252) ; endliche Vektorräume (255) ; Beziehungen zwischen Hom , $\prod$, $\coprod$ (256) ; universelle Eigenschaft von $\prod$, $\coprod$ (261)

§ 18 : Der Dualraum eines Vektorraums 263

Dualraum (263) ; transponierte lineare Abbildung (263) ; kanonische Bilinearform auf $V^* \times V$ (265) ; kanonische lineare Abbildung von V in V^{**} (266) ; duale Basis von V^* (266) ; reflexive Vektorräume (267) ; Spezialisierungen für endlich-dimensionale Vektorräume (269) ; orthogonaler Unterraum (271) ; Kern und Bild der transponierten linearen Abbildung (274)

Sachwortverzeichnis 276

Verzeichnis einiger Standardbezeichnungen 283