

§1	ELEMENTARE MENGENLEHRE UND ELEMENTARE AUSSAGENLOGIK ALS GRUNDBEGRIFFE DER MATHEMATISCHEN SPRACHE	
a	Der Mengenbegriff	1
b	Aussagen	3
c	Aussageformen	7
d	Teilmengen	10
e	Durchschnitt, Vereinigung, ... von Mengen	11
f	Kartesisches Produkt, Relationen	14
g	Äquivalenzrelationen	17
h	Abbildungen	19
i	Familien	24
§2	"WAS IST MATHEMATIK" ERLÄUTERT AM BEISPIEL DER ABSTIMMUNGSMASCHINE	
a	Problemstellung	27
b	Schaltwerke und ihre mathematische Beschreibung	28
c	Schaltalgebra	33
d	Boole'sche Algebra	36
§3	VEKTORRECHNUNG IM RAUM UNSERER ANSCHAUUNG	
a	Definitionen	40
b	Rechnen mit Vektoren	42
c	Geometrische Anwendungen	44
d	Linearkombinationen, lineare Hülle, lineare (Un-)Abhängigkeit, Basis, Koordinaten	46
e	Das innere (skalare) Produkt	51
f	Geometrische Anwendungen	54
g	Das äußere (vektorielle) Produkt	57
h	Geometrische Anwendungen	62
i	Gerade und Ebene im Raum unserer Anschauung	64
§4	VEKTORRÄUME ÜBER $\mathbb{R}$	
a	Definition und elementare Eigenschaften	69
b	Unterräume	73
c	Linearkombinationen, lineare Hülle, lineare (Un-)Abhängigkeit	75
d	Basis, Dimension, Koordinaten	79
e	Summe von Unterräumen, direktes Produkt von Vektorräumen, der Faktorraum	88
f	Lineare Abbildungen	94
g	Kern und Bild	102
§5	MATRIZENRECHNUNG	
a	Der Begriff "Matrix"	106
b	Summe und Vielfaches von Matrizen über $\mathbb{R}$	108
c	Produkt von Matrizen über $\mathbb{R}$	109
d	Elementare Umformungen einer Matrix über $\mathbb{R}$	112
e	Rang einer Matrix über $\mathbb{R}$	119
f	Darstellung linearer Abbildungen durch Matrizen	124
g	Einige weitere Anwendungen der Matrizenrechnung	131

## §6 LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME, LINEARES OPTIMIEREN

a	Der Begriff "Lineares Gleichungssystem"	138
b	Die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	141
c	Das Leontief-Produktionsmodell	146
d	Einige konkrete lineare Optimierungsaufgaben und ihre mathematische Formulierung	150
e	Graphische Lösung von linearen Optimierungsaufgaben in zwei Variablen	153
f	Das Simplexverfahren	156

## §7 DETERMINANTEN

a	Permutationen	172
b	Die Determinante	176
c	Hilfsmittel zur Berechnung von Determinanten	181
d	Einige Anwendungen	186

## §8 EIGENWERTE UND EIGENVEKTOREN

a	Polynome	192
b	Charakteristisches Polynom und Minimalpolynom von Matrizen und linearen Operatoren	203
c	Eigenwerte, Eigenvektoren, Eigenräume von linearen Operatoren und Matrizen	212
d	Diagonalisierbarkeit von linearen Operatoren und Matrizen; Jordan'sche Normalform	216
e	Einige Anwendungen	227

## §9 EUKLIDISCHE VEKTORRÄUME

a	Bilinearformen	236
b	Symmetrische Bilinearformen und symmetrische Matrizen	240
c	Der euklidische Vektorraum	248
d	Orthogonalität	251
e	Adjungierte Operatoren	263
f	Symmetrische Operatoren	267
g	Orthogonale Operatoren	271
h	Quadriken im euklidischen Raum $\mathbb{R}_n$	277
i	Einige Anwendungen	292

## §10 EINFÜHRUNG IN DIE TENSORALGEBRA

a	Der duale Raum	299
b	Der Begriff "Tensor"	303
c	Tensoren in euklidischen Räumen	311
d	Alternierende Tensoren	319

## §11 WEITERE ALGEBRAISCHE STRUKTUREN

a	Geordnete Mengen	329
b	Gruppen	335
c	Untergruppen, Normalteiler, Faktorgruppen, direktes Produkt von Gruppen	340
d	Gruppenhomomorphismen	347
e	Ringe, Körper	356
f	Unterringe, Ideale	361
g	Einige Anwendungen	367