

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	XIII
Einleitung	XXV
Einige Hinweise zu den Studienbegleitbriefen	XXXIII

Teil A

<i>I. Mengen und Relationen</i>	1
Vortext zur 1. Folge	3
1. <i>Der Begriff der Menge (Radbruch)</i>	5
1.1. Mengenerklärung	5
1.2. Bildung von Mengen	7
1.3. Elementbeziehung	8
1.4. Mengenzeichen	9
1.5. Gleichsetzung von Mengenzeichen	10
1.6. Venn-Diagramm	12
Vortext zur 2. Folge	15
2. <i>Aussage; Eigenschaft; Erfüllungsmenge; Teilmenge (Radbruch)</i>	16
2.1. Aussage	16
2.2. Aussageform	17
2.3. Aussageform und Eigenschaft	21
2.4. Erfüllungsmenge	22
2.5. Teilmenge; Pfeildiagramm.	25
Vortext zur 3. Folge	29
3. <i>Leere Menge; Potenzmenge; Verknüpfungen von Mengen und Aussageformen (Radbruch)</i>	31
3.1. Die leere Menge	31
3.2. Potenzmenge; Hasse-Diagramm	33
3.3. Schnittmenge	37
3.4. Vereinigungsmenge.	40
3.5. 'und' und 'oder' für Aussagen und Aussageformen	42
3.6. Differenzmenge	48
3.7. Komplementmenge.	50
3.8. 'nicht' für Aussageformen	51
3.9. Hinweis auf den Begriff 'Verknüpfung'	55

Vortext zur 4. Folge	56
4. <i>Gesetzmäßigkeiten für Verknüpfungen von Mengen und Aussageformen (Radbruch)</i>	58
4.1. Kommutativität	58
4.2. Assoziativität	59
4.3. Distributivität; Zugehörigkeitstafeln	60
4.4. Überblick über die Gesetzmäßigkeiten	66
4.5. Regeln von de Morgan	68
4.6. 'wenn – so' für Aussagen und Aussageformen	71
Vortext zur 5. Folge	81
5. <i>Der Begriff der Kardinalzahl</i>	82
5.1. Zählen und Abzählen	82
5.2. Abbildung	82
5.3. Mächtigkeit, Kardinalzahl.	101
5.4. Zusammenhang zwischen Kardinalzahlen und natürlichen Zahlen	103
5.5. Kleiner-Beziehung für Kardinalzahlen	104
5.6. Summe von Kardinalzahlen	108
Vortext zur 6. Folge	113
6. <i>Abzählbare und überabzählbare Mengen (Roether)</i>	115
6.1. Abzählbarkeit	115
6.2. Überabzählbarkeit	118
6.3. Die Bedeutung der beiden Diagonalverfahren	124
Vortext zur 7. Folge	128
7. <i>Cartesisches Produkt. Produkt von Kardinalzahlen (Roether)</i>	129
7.1. Geordnete Paare	129
7.2. Cartesisches Produkt	131
7.3. Eigenschaften des cartesischen Produkts	137
7.4. Produkt von Kardinalzahlen	142
Vortext zur 8. Folge	147
8. <i>Eigenschaften von Zahlenverknüpfungen</i>	149
8.1. Eigenschaften der Addition	149
8.2. Eigenschaften der Multiplikation	153
8.3. Anwendungen der Eigenschaften der Addition und Multiplikation für die endlichen Kardinalzahlen	157

Vortext zur 9. Folge	158
9. <i>Abbildungen (Funktionen) (Schmid)</i>	163
9.1. Einführung	163
9.2. Weitere Beispiele	164
9.3. Der Begriff Abbildung	165
9.4. Die Abbildung als Menge von Paaren	168
9.5. Schreibweise und Bezeichnungsweise	171
9.6. Veranschaulichung einer Abbildung	175
9.7. Eigenschaften einer Abbildung	178
9.8. Umkehrabbildung	184
9.9. Verkettung von Abbildungen	186
Vortext zur 10. Folge	190
10. <i>Ereignisraum und Wahrscheinlichkeit (Schmid)</i>	192
10.1. Einführung	192
10.2. Zufallsexperimente	192
10.3. Zufällige Ereignisse.	194
10.4. Verknüpfen von Ereignissen. Ereignisraum	196
10.5. Häufigkeit eines Ereignisses	197
10.6. Wahrscheinlichkeiten	198
10.7. Anwendungen	200
Vortext zur 11. Folge	202
11. <i>Vollständige Induktion und Kombinatorik (Schmid)</i>	205
11.1. Unvollständige Induktion	205
11.2. Die Idee der vollständigen Induktion	207
11.3. Technik des Beweisverfahrens	209
11.4. Anwendungen in der Kombinatorik	216
Vortext zur 12. Folge	226
12. <i>Äquivalenzrelationen (Schmid)</i>	227
12.1. Gleichwertigkeit	227
12.2. Relationen auf einer Menge	228
12.3. Äquivalenzrelationen	232
12.4. Veranschaulichung von Äquivalenzrelationen	236
12.5. Klasseneinteilung	238
12.6. Äquivalenzrelation bei gegebener Klasseneinteilung	243
12.7. Restklassen	245

Vortext zur 13. Folge	249
13. <i>Ordnungsrelationen (Schmid)</i>	252
13.1. Einführung	252
13.2. Reflexiv- transitive Relationen	254
13.3. Ordnungsrelationen	255
13.4. Verbände	260
13.5. Vollständige Ordnungsrelationen	263
13.6. Strikte Ordnungsrelationen	265
13.7. Nichtsymmetrie, Antisymmetrie, Asymmetrie	269
II. <i>Algebraische Strukturen</i>	273
Vortext zur 15. Folge	275
15. <i>Permutationen und ihre Hintereinander-Ausführung (Radbruch)</i>	280
15.1. Permutationen	280
15.2. Hintereinander-Ausführung von Permutationen	284
15.3. Gesetzmäßigkeiten für die Verknüpfung $*$ auf $\mathfrak{S}(M)$	287
Vortext zur 16. Folge	292
16. <i>Verknüpfungsgebilde (Radbruch)</i>	296
16.1. Verknüpfungsgebilde	296
16.2. Halbgruppe	304
Vortext zur 17. Folge	308
17. <i>Einführung in den Gruppenbegriff (Radbruch)</i>	310
17.1. Lineare Gleichungen in Halbgruppen	310
17.2. Der Gruppenbegriff: Definition und Beispiele	317
Vortext zur 18. Folge	322
18. <i>Untergruppen (Radbruch)</i>	324
18.1. Untergruppen, Definition und Beispiele	324
18.2. Untergruppen-Kriterien	328

Vortext zur 19. Folge	332
19. <i>Beschreibung von Gruppen (Engelhard–Schaefer)</i>	334
19.1. Zyklische Gruppen	334
19.2. Beispiele von nicht zyklischen Gruppen, die von endlich vielen Elementen erzeugt werden	345
Vortext zur 20. Folge	347
20. <i>Restklassengruppen; Isomorphie von Gruppen</i> <i>(Engelhard–Schaefer)</i>	354
20.1. Die Struktur der Restklassen unter Addition und Multiplikation	354
20.2. Der Begriff 'Isomorphismus'	360
20.3. Beispiele	364
20.4. Eigenschaften eines Isomorphismus	368
20.5. Isomorphieklassen	370
20.6. Die log-Funktion als Isomorphismus	375
20.7. Automorphismen als besondere Isomorphismen	376
Vortext zur 21. Folge	377
21. <i>Elementare Eigenschaften von Gruppen (Engelhard–Schaefer)</i>	380
21.1. Der Begriff der Nebenklasse	380
21.2. Vergleich der Nebenklassen bezüglich ihrer Mächtigkeit	384
21.3. Die Ordnung einer Untergruppe	385
21.4. Darstellung von Gruppen durch Permutationen	386
Vortext zur 22. Folge	395
22. <i>Metrische Geometrie (Roether)</i>	407
22.1. Geometrische Abbildungen	407
22.2. Spezialfälle	415
Vortext zur 23. Folge	443
23. <i>Abbildungsgruppen der ebenen Geometrie (Roether)</i>	448
23.1. Kongruenzabbildungen	448
23.2. Zentrische Streckung. Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl	459
23.3. Gruppe der Ähnlichkeitsabbildungen	468
23.4. Affinitäten	474
Vortext zur 24. Folge	481
24. <i>Gruppen als Ordnungsprinzip in der Geometrie (Roether)</i>	484

24.1. Äquivalenzrelationen und Gruppen	484
24.2. Geometrien	490
<i>III. Teilbarkeit im Bereich der natürlichen Zahlen</i>	495
Vortext zur 25. Folge	497
25. <i>Teilbarkeit in \mathbb{N} (Radbruch)</i>	499
25.1. Die Halbgruppen $(\mathbb{N}, +)$ und (\mathbb{N}, \cdot)	499
25.2. Definition der Teilbarkeit; Teiler und Teilmenge	501
25.3. Vielfaches und Vielfachenmenge	507
Vortext zur 26. Folge	509
26. <i>Teilbarkeitsregeln; Division mit Rest (Radbruch)</i>	512
26.1. Teilbarkeitsregeln	512
26.2. Division mit Rest	517
Vortext zur 27. Folge	522
27. <i>Primzahlen (Radbruch)</i>	525
27.1. Primzahlen: Definition und Beispiele	525
27.2. Primteiler; Unendlichkeit der Primzahlenmenge	527
27.3. Existenz der Primfaktorzerlegung	530
27.4. Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung	532
Vortext zur 28. Folge	536
28. <i>Primzahlprobleme (Radbruch)</i>	539
28.1. Primzahlverteilung	539
28.2. Spezielle Primzahlen	543
28.3. Ungelöste Probleme der elementaren Zahlentheorie	547
Vortext zur 29. Folge	551
29. <i>Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches (Radbruch)</i>	554
29.1. Größter gemeinsamer Teiler	554
29.2. Kleinstes gemeinsames Vielfaches	560
29.3. Berechnung des größten gemeinsamen Teilers: Euklidischer Algorithmus.	562
29.4. Berechnung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen	565
29.5. Ein zweiter Beweis des Satzes von der Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung	566

Vortext zur 30. Folge	570
30. <i>Zahlendarstellungen in verschiedenen Positionssystemen</i> (<i>Radbruch</i>)	572
30.1. Positionssysteme	572
30.2. Rechnen in Positionssystemen	577
30.3. Die Bedeutung des Zweier-Systems	582
Anhang A	
<i>Bemerkungen zu einigen logischen Sachverhalten (Engelhard,</i> <i>Engelhard-Schaefer)</i>	587
L 1. Quantoren	587
L 1.1. Allquantoren und Existenzquantoren	587
L 1.2. Reihenfolge von Quantoren	590
L 1.3. Allgemeingültige Aussageformen	594
L 2. Negation	595
L 2.1. Quantoren	596
L 2.2. 'und', 'oder'	599
L 2.3. Implikation	600
L 3. Der mathematische Beweis	602
L 3.1. Der direkte Beweis	602
L 3.2. Kontraposition	607
L 3.3. Der indirekte Beweis	611
L 3.4. Zusammenhang zwischen Kontraposition und indirektem Beweis	614
L 4. Didaktische Anmerkungen	615
<i>Aufgaben zu Teil A</i>	618
Erste Hausarbeit	619
Übungsaufgaben zu Teil A (Busch, Milas)	627
Lösungen der Aufgaben im Text von Teil A	652
Lösungen der Aufgaben zu L	714
Lösungen zur ersten Hausarbeit	719
Lösungen zu den Übungsaufgaben zu Teil A	723
Literatur	753
Zeichen und Symbole	754
Sachverzeichnis	757