

TABLE DES MATIERES

- <u>Exposé 1 : MORPHISMES ÉTALES</u> . . . . .	1
1. Notions de calcul différentiel . . . . .	1
2. Morphismes quasi-finis . . . . .	2
3. Morphismes non ramifiés ou nets. . . . .	2
4. Morphismes étales. Revêtements étales. . . . .	4
5. La propriété fondamentale des morphismes étales. . . . .	6
6. Application aux extensions étales des anneaux locaux complets . . . . .	9
7. Construction locale des morphismes non ramifiés et étales .	10
8. Relèvement infinitésimal des schémas étales. Application aux schémas formels. . . . .	13
9. Propriétés de permanence . . . . .	15
10. Revêtements étales d'un schéma normal. . . . .	21
11. Quelques compléments. . . . .	26
- <u>Exposé II : MORPHISMES LISSES. Généralités, propriétés   différentielles</u> . . . . .	29
1. Généralités . . . . .	29
2. Quelques critères de lissité d'un morphisme. . . . .	31
3. Propriétés de permanence . . . . .	34
4. Propriétés différentielles des morphismes lisses . . . . .	35
5. Cas d'un corps de base . . . . .	52
- <u>Exposé III : MORPHISMES LISSES : PROPRIÉTÉS DE PROLONGEMENT</u> . . .	58
1. Homomorphismes formellement lisses. . . . .	58
2. Propriété de relèvement caractéristique des homomorphismes formellement lisses. . . . .	62
3. Prolongement infinitésimal local des morphismes dans un S-schéma lisse . . . . .	67
4. Prolongement infinitésimal local des S-schémas lisses . . .	69
5. Prolongement infinitésimal global des morphismes . . . . .	70
6. Prolongement infinitésimal global des S-schémas lisses . . .	77
7. Application à la construction de schémas formels et de schémas ordinaires lisses sur un anneau local complet A . .	82
- <u>Exposé IV : MORPHISMES PLATS</u> . . . . .	87
1. Sorites sur les modules plats . . . . .	87
2. Modules fidèlement plats . . . . .	90
3. Relations avec la complétion . . . . .	93

4. Relations avec les modules libres . . . . .	93
5. Critères locaux de platitude. . . . .	95
6. Morphismes plats et ensembles ouverts . . . . .	100
- <u>Exposé V : LE GROUPE FONDAMENTAL : Généralités</u> . . . . .	105
Introduction . . . . .	105
1. Préschéma à groupe fini d'opérateurs, préschéma quotient .	105
2. Groupes de décomposition et d'inertie. Cas étale . . . . .	110
3. Automorphismes et morphismes de revêtements étales . . . . .	116
4. Conditions axiomatiques d'une théorie de Galois . . . . .	118
5. Catégories galoisiennes . . . . .	127
6. Foncteurs exacts d'une catégorie galoisienne dans une autre	134
7. Cas des préschémas . . . . .	140
8. Cas d'un préschéma de base normal . . . . .	143
9. Cas des préschémas non connexes : catégories multigaloisiennes . . . . .	144
- <u>Exposé VI : CATEGORIES FIBREES ET DESCENTE</u> . . . . .	145
Introduction . . . . .	145
1. Univers, catégories, équivalence de catégories . . . . .	146
2. Catégories sur une autre . . . . .	148
3. Changement de base dans les catégories sur $\mathcal{E}$ . . . . .	152
4. Catégories-fibres ; équivalence de $\mathcal{E}$ -catégories . . . . .	158
5. Morphismes cartésiens, images inverses, foncteurs cartésiens . . . . .	161
6. Catégories fibrées et catégories préfibrées. Produit et changement de base dans icelles . . . . .	164
7. Catégories clivées sur $\mathcal{E}$ . . . . .	170
8. Catégorie clivée définie par un pseudo-foncteur $\mathcal{E}^{\circ} \rightarrow (\text{Cat})$ . . . . .	175
9. Exemple : catégorie clivée définie par un foncteur $\mathcal{E}^{\circ} \rightarrow (\text{Cat})$ ; catégories scindées sur $\mathcal{E}$ . . . . .	179
10. Catégories co-fibrées, catégories bi-fibrées . . . . .	181
11. Exemples divers . . . . .	182
12. Foncteurs sur une catégorie clivée. . . . .	189
13. Bibliographie . . . . .	194
- <u>Exposé VII : n'existe pas</u>	
- <u>Exposé VIII : DESCENTE FIDELEMENT PLATE</u> . . . . .	195
1. Descente des Modules quasi-cohérents. . . . .	195
2. Descente des préschémas affines sur un autre. . . . .	202
3. Descente de propriétés ensemblistes et de propriétés de finitude de morphismes . . . . .	203
4. Descente de propriétés topologiques . . . . .	205

5. Descente de morphismes de préschémas . . . . .	210
6. Application aux morphismes finis et quasi-finis . . . . .	216
7. Critères d'effectivité pour une donnée de descente . . . . .	219
8. Bibliographie . . . . .	227
- <u>Exposé IX : DESCENTE DES MORPHISMES ÉTALES. APPLICATION AU</u> <u>      GROUPE FONDAMENTAL</u> . . . . .	228
1. Rappels sur les morphismes étales . . . . .	228
2. Morphismes submersifs et universellement submersifs . . . . .	231
3. Descente de morphismes de préschémas étales . . . . .	233
4. Descente de préschémas étales : critères d'effectivité . . . . .	235
5. Traduction en termes du groupe fondamental . . . . .	242
6. Une suite exacte fondamentale. Descente par morphismes à fibres relativement connexes . . . . .	253
7. Bibliographie . . . . .	260
- <u>Exposé X : THEORIE DE LA SPECIALISATION DU GROUPE FONDAMENTAL</u> . . . . .	261
1. La suite exacte d'homotopie pour un morphisme propre et séparable . . . . .	261
2. Application du théorème d'existence de faisceaux : théorème de semi-continuité pour les groupes fondamentaux des fibres d'un morphisme propre et séparable . . . . .	268
3. Application du théorème de pureté : théorème de conti- nuité pour les groupes fondamentaux des fibres d'un morphisme propre et simple. . . . .	275
4. Bibliographie . . . . .	284
- <u>Exposé XI : EXEMPLES ET COMPLEMENTS</u> . . . . .	285
1. Espaces projectifs, variétés unirationnelles . . . . .	285
2. Variétés abéliennes . . . . .	286
3. Cônes projetants, exemple de Zariski. . . . .	290
4. La suite exacte de cohomologie. . . . .	292
5. Cas particuliers de fibrés principaux . . . . .	299
6. Application aux revêtements principaux : théories de Kummer et d'Artinschreier . . . . .	302
7. Bibliographie . . . . .	310
- <u>Exposé XII : GEOMETRIE ALGEBRIQUE ET GEOMETRIE ANALYTIQUE</u> . . . . .	311
1. Espace analytique associé à un schéma . . . . .	312
2. Comparaison des propriétés d'un schéma et de l'espace analytique associé . . . . .	316
3. Comparaison des propriétés des morphismes . . . . .	320
4. Théorèmes de comparaison cohomologique et théorèmes d'existence . . . . .	326

5. Théorèmes de comparaison des revêtements étales . . . . .	332
6. Bibliographie . . . . .	343
- <u>Exposé XIII : PROPRIÉTÉ COHOMOLOGIQUE DES FAISCEAUX D'ENSEMBLES</u>	
<u>ET DES FAISCEAUX DE GROUPES NON COMMUTATIFS . . . . .</u>	344
0. Rappels sur la théorie des champs . . . . .	345
1. Propriété cohomologique. . . . .	346
2. Un cas particulier de propriété cohomologique : diviseurs à croisements normaux relatifs. . . . .	369
3. Propriété cohomologique et locale acyclicité générique . .	395
4. Suites exactes d'homotopie. . . . .	414
5. Appendice I : variations sur le lemme d'Abhyankar . . . . .	427
6. Appendice II : théorème de finitude pour les images directes de champs . . . . .	435
7. Bibliographie . . . . .	439
- Index terminologique . . . . .	440
- Index des notations . . . . .	446