

# Inhalt

<b>1.</b>	<b>Absolute Geometrie</b>	<b>11</b>
1.1.	Inzidenz, Anordnung und Bewegung	14
1.1.1.	Inzidenzaxiome und einige Folgerungen	14
1.1.2.	Anordnungsaxiome und grundlegende Folgerungen	17
1.1.3.	Bewegungen und Spiegelungen	21
1.2.	Die Bewegungen einer Ebene und die Bewegungen des Raumes	28
1.2.1.	Ebene Spiegelungen, Drehungen und Verschiebungen	29
1.2.2.	Die Gruppe der ebenen Bewegungen	35
1.2.3.	Die Bewegungen des Raumes	39
1.3.	Grundlegende Sätze über Längen und Winkelgrößen	44
1.3.1.	Strecken- und Winkelkongruenz	44
1.3.2.	Längen und Winkelgrößen	48
1.3.3.	Einige wichtige Ungleichungen und ihre Bedeutung beim Konstruieren	52
<b>2.</b>	<b>Einführung in die Lobačevskijsche Geometrie</b>	<b>58</b>
2.1.	Euklidisches und Lobačevskijsches Parallelenaxiom	58
2.1.1.	Einige weitere Sätze der absoluten Geometrie	58
2.1.2.	Das euklidische Parallelenaxiom	64
2.1.3.	Das Lobačevskijsche Parallelenaxiom	74
2.2.	Büschel und Bahnen	80
2.2.1.	Beziehungen zwischen zwei Geraden einer Ebene	80
2.2.2.	Büschel in einer Lobačevskijschen Ebene	86
2.2.3.	Bahnen bezüglich eines Büschels	91
2.3.	Flächeninhalte in der Lobačevskijschen Geometrie	95
2.3.1.	Dreiecksinhalte und elementargeometrische Flächeninhalte	95
2.3.2.	Defekte als Dreiecksinhalte	98
2.3.3.	Zerlegungsgleichheit und elementargeometrische Flächeninhalte	101
<b>3.</b>	<b>Euklidische Geometrie und relative Widerspruchsfreiheit der Lobačevskijschen Geometrie</b>	<b>106</b>
3.1.	Gerichtete Strecken und Schubvektoren	106
3.1.1.	Verschiebungen in der euklidischen Geometrie	106
3.1.2.	Gerichtete Strecken und reelle Zahlen	109
	a) Die Vervielfachung von gerichteten Strecken mit ganzen Zahlen 110 — b) Die	

	Vervielfachung von gerichteten Strecken mit rationalen Zahlen 111 — c) Die Vervielfachung von gerichteten Strecken mit reellen Zahlen 114 — d) Die Strahlensatzgruppe 118	
3.1.3.	Der Vektorraum der Verschiebungen . . . . .	122
	a) Die Vervielfachung der Verschiebungen 122 — b) Betrag und Skalarprodukt 124 — c) Punkte und Vektoren 127	
3.2.	Die relative Widerspruchsfreiheit der Lobačevskijschen Geometrie . . . . .	128
3.2.1.	Das Kleinsche Modell . . . . .	128
3.2.2.	Die Gültigkeit der Axiome der Lobačevskijschen Geometrie im Modell . . . . .	135
3.2.3.	Aussagen der Lobačevskijschen Geometrie im Kleinschen Modell . . . . .	143
<b>4.</b>	<b>Banach-Minkowskische Geometrie . . . . .</b>	<b>147</b>
4.1.	Einführung . . . . .	147
4.1.1.	Anschauliche Einführung . . . . .	147
4.1.2.	Maßbestimmung mittels Eichfigur . . . . .	149
4.1.3.	Analytische Maßbestimmung . . . . .	153
4.2.	Der Umfang der Kreise und die Orthogonalität . . . . .	158
4.2.1.	Konvexe Figuren und Stützgeraden in der Minkowskischen Geometrie . . . . .	158
4.2.2.	Kreisschnittpunkte . . . . .	164
4.2.3.	Die Orthogonalität . . . . .	167
4.2.4.	Die Bestimmung von $2\pi_k$ . . . . .	172
4.3.	Euklidische Räume und Banachräume . . . . .	175
4.3.1.	Bewegungen in der Minkowskischen Geometrie . . . . .	175
4.3.2.	Die Kongruenz in der Minkowskischen Geometrie . . . . .	181
4.3.3.	Banachräume . . . . .	184
<b>5.</b>	<b>Minkowskische Geometrie der speziellen Relativitätstheorie . . . . .</b>	<b>189</b>
5.1.	Vektorräume über Körpern und symmetrische Bilinearform . . . . .	189
5.1.1.	Vektorräume . . . . .	189
5.1.2.	Affine Räume . . . . .	196
5.1.3.	Symmetrische Bilinearform und metrischer Vektorraum . . . . .	201
5.2.	Minkowskische Räume und spezielle Relativitätstheorie . . . . .	209
5.2.1.	Abstand, isotrope Kegel, Modelle (Veranschaulichungen) . . . . .	209
5.2.2.	Bewegungen . . . . .	214
5.2.3.	Der Raum der Ereignisse der speziellen Relativitätstheorie . . . . .	221
	<b>Literatur . . . . .</b>	<b>228</b>
	<b>Bezeichnungen und Symbole . . . . .</b>	<b>231</b>
	<b>Namen- und Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>233</b>