

Inhalt

Wichtige Bezeichnungen	13
Kapitel 1. Vorbemerkungen, Hilfsmittel	15
1. Wesen und Aufgabe der Differentialgeometrie	15
2. Topologische und metrische Räume. Abbildungen	16
3. Koordinaten im R_3 . Transformationsgruppen. Äquivalenz	18
4. Vektoren im euklidischen Raum R_3	23
5. Grundregeln der Vektorrechnung im R_3	25
Kapitel 2. Kurventheorie	32
6. Der Kurvenbegriff in der Differentialgeometrie	32
7. Beispiele	35
8. Einige Bemerkungen zum Kurvenbegriff	37
9. Bogenlänge	41
10. Tangenten-, Hauptnormalen- und Binormalenvektor. Krümmung	45
11. Torsion. Frenet-Formeln	50
12. Die lokale Gestalt einer Kurve (Kanonische Darstellung)	54
13. Die natürlichen Gleichungen einer Kurve	57
14. Berührung. Krümmungskreis und Schmiegkugel	62
15. Evolventen und Evoluten einer Kurve	68
Kapitel 3. Der Flächenbegriff. Die metrische Grundform	73
16. Der Begriff des Flächenstückes	73
17. Der Begriff der Fläche	76
18. Beispiele	80
19. Kurven auf einer Fläche. Tangentialebene. Normale	82
20. Längen- und Winkelmessung. Erste Grundform. Summationsvereinbarung	87
21. Der Flächeninhalt	92
22. Bemerkungen zur Definition des Flächeninhaltes	96
Kapitel 4. Die zweite Grundform. Krümmungseigenschaften der Flächen	98
23. Die zweite Grundform der Flächentheorie	98
24. Schiefe und normale Flächenschnitte	102
25. Elliptische, parabolische und hyperbolische Flächenkrümmung	104
26. Asymptotenlinien	109
27. Hauptkrümmungen, Krümmungslinien, Gaußsche und mittlere Krümmung	111
28. Der Eulersche Satz. Die Dupinsche Indikatrix	117

Kapitel 5. Tensoren	122
29. Zulässige Koordinatentransformationen	123
30. Kontravariante und kovariante Vektoren	124
31. Tensoren 2. Stufe	129
32. Tensoren beliebiger Stufe	133
33. Addition, Multiplikation und Verjüngung	136
34. Spezielle Tensoren in der Flächentheorie	138
35. Vektoren in der Tangentialebene einer Fläche	140
36. Vektorräume und ihre Tensorprodukte	144
Kapitel 6. Die Ableitungsformeln der Flächentheorie	151
37. Die Weingartenschen Ableitungsformeln	151
38. Die Gaußschen Ableitungsformeln	153
39. Eigenschaften der Christoffel-Symbole	154
40. Transformationsverhalten der Christoffel-Symbole	157
41. Der Riemannsche Krümmungstensor	160
Kapitel 7. Die geodätische Krümmung. Geodätische Linien	164
42. Die geodätische Krümmung	164
43. Geodätische Linien	168
44. Kurvenstücke minimaler Länge	170
45. Geodätische Parallelkoordinaten	173
46. Geodätische Polarkoordinaten	176
47. Flächen mit konstanter Gaußscher Krümmung	180
48. Sphärische Drehflächen	182
49. Pseudosphärische Drehflächen	184
Kapitel 8. Längentreue Abbildung von Flächen	190
50. Vorbemerkungen	191
51. Längentreue Abbildung	191
52. Isometrie der Flächen konstanter Gaußscher Krümmung	195
53. Verbiegung. Innere Geometrie	196
54. Regelflächen. Torsen	198
55. Sphärisches Bild. Längentreue Abbildung der Torsen	204
56. Konjugierte Richtungen. Berührende Torsen einer Fläche	207
Kapitel 9. Weitere Abbildungen von Flächen	212
57. Konforme Abbildung	212
58. Die konforme Abbildung von Flächenstücken in die Ebene	214
59. Isotrope Kurven und isotherme Koordinaten	219
60. Konforme Abbildung der Kugeloberfläche in die Ebene. Die stereo- graphische und die Mercator-Projektion	221
61. BERGMANS konforminvariante Metrik	226
62. Flächentreue Abbildung	231
63. Flächentreue Abbildung der Kugeloberfläche in die Ebene. Die Ab- bildungen von LAMBERT, SANSON und BONNE	232
64. Geodätische Abbildung	236

Kapitel 10. Zur globalen Flächentheorie	238
65. Kompakte und vollständige Flächen	238
66. Nabelpunkte	240
67. Ein Hilfssatz von HILBERT	241
68. Charakteristische Eigenschaften der Kugeloberflächen	243
69. Der Gauß-Bonnetsche Satz. Gesamtkrümmung	243
70. Erweiterungen des Gauß-Bonnetschen Satzes	245
71. Anwendung des Gauß-Bonnetschen Satzes auf geschlossene Flächen ..	248
Kapitel 11. Absolute Differentiation und Übertragung auf Flächen	251
72. Absolute Differentiation kontravarianter Vektoren	252
73. Absolute Differentiation kovarianter Vektoren	255
74. Absolute Differentiation beliebiger Tensoren	256
75. Eigenschaften der absoluten Differentiation	259
76. Die Vertauschung der Differentiationsreihenfolge	260
77. Die Beltramischen Differentiatoren	263
78. Übertragung von LEVI-CIVITA	265
79. Eigenschaften der Übertragung von LEVI-CIVITA	270
80. Anschauliche Deutung der Übertragung von LEVI-CIVITA	272
Kapitel 12. Spezielle Flächen	275
81. Minimalflächen	275
82. Beispiele für Minimalflächen	278
83. Minimalflächen und Funktionentheorie	281
84. Minimalflächen als Schiebeflächen mit isotropen Erzeugenden	284
85. Betragflächen analytischer Funktionen	286
86. Die Enveloppe einer einparametrischen Familie von Flächen	294
87. Torsen als Enveloppen von Ebenenfamilien	301
88. Die Enveloppe der Schmiege-, Normal- und Streckebenen einer Kurve, die Polarenfläche	304
89. Die Mittelpunktsflächen einer Fläche	306
90. Flächen konstanter Gaußscher Krümmung u. nichteuklidische Geometrie	309
91. Geodätische Abbildung der Flächen konstanter Gaußscher Krümmung	316
Kapitel 13. Grundlagen der Riemannschen Geometrie	318
92. Differenzierbare Mannigfaltigkeit	318
93. Untermannigfaltigkeiten	320
94. Kurven in einer Mannigfaltigkeit	321
95. Tangentialräume einer Mannigfaltigkeit	322
96. Riemannsche Mannigfaltigkeit	324
Kapitel 14. Absolute Differentiation und Übertragung	328
97. Absolute Differentiation von Tensoren	329
98. Affine Übertragungen	331
99. Der Krümmungstensor. Vertauschung der Differentiationsreihenfolge .	335
100. Verschiebung längs geschlossener Kurven	338
101. Autoparallele Kurven	342
102. Riemannsche Übertragung	345

Kapitel 15. Weitere Eigenschaften Riemannscher Mannigfaltigkeiten	348
103. Untermannigfaltigkeiten Riemannscher Mannigfaltigkeiten	348
104. Übertragung in Untermannigfaltigkeiten	350
105. Verallgemeinerung der Frenetschen Formeln	352
106. Riemannsche Krümmung	354
107. Mittlere Krümmung einer Mannigfaltigkeit	356
108. Identitäten von BIANCHI	359
109. Riemannsche Mannigfaltigkeiten konstanter Krümmung	360
Kapitel 16. Hyperflächen	362
110. Formeln von GAUSS und zweite Grundform für eine Hyperfläche	362
111. Formeln von WEINGARTEN für eine Hyperfläche	364
112. Verallgemeinerte kovariante Ableitung in einer Hyperfläche	367
113. Anwendung auf die Formeln von GAUSS und WEINGARTEN	369
114. Normalkrümmung einer Hyperfläche	371
115. Hauptrichtungen eines Tensors. Hauptkrümmungen	372
Lösungen der Aufgaben mit ungerader Nummer	376
Formelzusammenstellung	387
Literatur	409
Sach- und Namenregister	415