

Inhalt

I. Affine Geometrie

1. Kennzeichnung der reellen affinen Räume	13
Punkte und Vektoren. – Vektoraddition. – Assoziatives und kommutatives Gesetz. – Das n -fache eines Vektors. – Teilung eines Vektors. – Skalare Vielfache. – Der n -dimensionale Raum. – Koordinatensysteme.	
2. Vektorräume	25
Existenz von Vektorräumen. – Schiefkörper und Körper. – Linksvektorraum.	
3. Gerade und Ebene	31
Gerade. – Teilverhältnis. – Parameterdarstellung der Geraden. – Satz von Menelaos. – Ebene. – Angeordnete Schiefkörper.	
4. Vektorscharen und lineare Unterräume	40
Vektorschar. – Linearer Unterraum. – Parallelität. – Lineare Abhängigkeit. – Dimension. – Parameterdarstellung eines linearen Unterraumes.	
5. Kanonische Basis einer Vektorschar	48
6. Linearformen	54
Geradengleichung in der Ebene. – Linearformen. – Zuordnung von Linearformenscharen zu den Vektorscharen. – Parameterfreie Darstellung linearer Unterräume.	
7. Lineare Gleichungen	61
Homogenes lineares Gleichungssystem. – Kanonische Basis der Lösungsschar. – Inhomogenes lineares Gleichungssystem. – Durchschnitt linearer Unterräume.	
8. Affine Abbildungen	70
Parallelverschiebungen und Parallelprojektionen. – Affine Abbildungen. – Lineare Abbildungen. – Bildraum und Kern.	
9. Lineare Abbildungen und Matrizen	81
Darstellung linearer Abbildungen in Koordinaten. – Matrizen. – Rang einer Matrix. – Umkehrabbildung und inverse Matrix. – Basistransformation.	
10. Multiplikation von linearen Abbildungen und Matrizen	92
Produkt linearer Abbildungen. – Produkt von Matrizen. – Verhalten der Matrix einer linearen Abbildung bei Basistransformation. – Transponierte Matrix.	
11. Äußere Multiplikation und Determinanten	101
Graßmann-Algebra. – Determinantensätze. – Berechnung einer Determinante.	
12. Unterdeterminanten und alternierende multilineare Abbildungen	119
Unterdeterminanten und Rang. – Entwicklung nach Unterdeterminanten. –	

Alternierende multilineare Abbildungen und lineare Abbildungen der äußeren Potenzen. — Weierstraßsche Determinantenkennzeichnung. — Äußere Potenzen von linearen Abbildungen.

13. Eigenwerte und Eigenvektoren 135
 Eigenvektoren zu einem Eigenwert. — Das charakteristische Polynom. — Bedingungen für Diagonalgestalt der Matrix einer linearen Abbildung bei passender Basis.
14. Orientierung 141
 Seiten einer Hyperebene. — Orientierung von n -Beinen und von affinen Räumen. — Das n -Simplex und seine Orientierung. — Orientierung der Randsimplexe.

II. Metrische Geometrie

15. Kennzeichnung der metrischen Räume 151
 Länge. — Senkrechtsein. — Totalsenkrechte Vektorschar.
16. Das innere Produkt 158
 Definition. — Orthogonalisierungsverfahren. — Metrische Fundamentalforn. — Kennzeichnung der positiv-definiten quadratischen Formen. — Pythagoreische Körper.
17. Winkel 169
 Orientierter Winkel zwischen Vektoren. — Winkel zwischen Vektoren. — Winkel zwischen Geraden. — Hessesche Normalform der Hyperebenengleichung. — Polarkoordinaten. — Archimedische Anordnung.
18. Bewegungen 179
 Orthogonale Abbildungen und Matrizen. — Eigentliche und uneigentliche Bewegungen. — Erzeugung der Bewegungen durch Spiegelungen. — Eigenwerte orthogonaler Abbildungen. — Bewegungen bei Dimension 2 und 3.
19. Inhalt 192
 Paralleleotope. — Inhalt eines Parallelotops und eines Simplex. — Orientierter Inhalt eines Simplex.
20. Das vektorielle Produkt 200
21. Kreis und Kugel 205
 Potenz bez. eines Kreises. — Kreistangenten. — Kreisbüschel. — Zueinander senkrechte Kreise. — Kugel und Hyperkugel. — Tangentialhyperebenen einer Hyperkugel. — Stereographische Projektion.
22. Die komplexen metrischen Räume 216
 Definition. — Isotrope Vektoren, Vektorscharen und lineare Unterräume. — Bewegungen. — Kreise.
23. Hyperflächen zweiter Ordnung 227
 Definition. — Änderung des Koordinatensystems. — Gewinnung von Normalformen. — Normalformen für Kurven und Flächen zweiter Ordnung. — Scheitellgleichung der Ellipsen, Hyperbeln, Parabeln. — Geraden auf einschaligem Hyperboloid. — Kegel. — Kegelschnitte. — Geraden auf hyperbolischem Paraboloid. — Algebraisch abgeschlossene und reell-abgeschlossene Körper.

III. Projektive Geometrie

24. Die projektiven Räume 243
 Die projektive Ebene und Gerade. — Der n -dimensionale projektive Raum. — Koordinatendarstellung der projektiven linearen Unterräume. — Verbindungsraum und Durchschnitt. — Satz von Desargues. — Satz vom vollständigen Viereck. — Hyperebenenbüschel.
25. Koordinaten und Doppelverhältnisse 255
 Homogene Punkt- und Hyperebenenkoordinaten. — Beschreibung von Koordinatensystemen. — Bestimmung eines Koordinatensystems durch Grundpunkte und Einheitspunkt. — Doppelverhältnis von Punkten und Hyperebenen. — Bestimmung der Koordinaten durch Doppelverhältnisse. — Doppelverhältnisse bei nichtkommutativem Skalarbereich.
26. Kollineationen 267
 Definition. — Projektive Abbildungen. — Darstellung mittels Matrizen. — Zentrale Kollineationen. — Projektive Abbildungen bei Dimension 1 und 2. — Isomorphismen von Schiefkörpern.
27. Projektionen 282
 Ausgeartete Kollineationen. — Projektionen. — Perspektivitäten. — Produkte von Projektionen. — Projektive Abbildungen bei nichtkommutativem Skalarbereich.
28. Korrelationen 290
 Definition. — Dualitäten. — Dualitätsprinzip. — Projektive Abbildung von Hyperebenenbüscheln. — Dualitätsprinzip bei nichtkommutativem Skalarbereich.
29. Polaritäten und Nullsysteme 300
 Involutorische Dualitäten. — Polaritäten und Nullsysteme. — Normalform für Polaritäten. — Involutionen auf einer Geraden. — Polaritäten im Reellen. — Normalform für Nullsysteme. — Gewinde.
30. Quadriken 310
 Definition. — Bestimmung der Polarität aus der Quadrik. — Schnitt von Quadrik und Hyperebene. — Tangentialhyperebenen. — Projektive Kennzeichnung der Quadriken durch ihren Rang. — Reelle Quadriken.
31. Doppelpunktfreie Quadriken bei Dimension 2 und 3 323
 Parameterdarstellung bei Dimension 2. — Projektive Erzeugung. — Bestimmung durch fünf Punkte. — Satz von Pascal. — Büschel. — Projektivitäten auf einer Quadrik bei Dimension 2. — Regelscharen. — Projektive Erzeugung bei Dimension 3.
32. Übergang zur affinen Geometrie 337
 Übergang vom projektiven zum affinen Raum. — Gruppenbegriff. — Projektive und affine Aussagen. — Hyperflächen zweiter Ordnung. — Affine Kennzeichnung der Hyperflächen zweiter Ordnung. — Mittelpunkt und Durchmesser.
33. Übergang zur metrischen Geometrie 347
 Beschreibung des Senkrechtseins durch eine Polarität. — Hyperkugeln. — Winkelbestimmung. — Bestimmung der metrischen Fundamentalform. — Kennzeichnung der Bewegungen. — Nichteuklidische Geometrie. — Achsen, Scheitel und Brennpunkte eines Kegelschnittes. — Kreisschnitte einer Fläche zweiter Ordnung.

34. Linienkoordinaten bei Dimension 3	363
Linienkoordinaten als Koeffizienten eines Nullsystems. — Zuordnung der Punkte einer Quadrik im 5-dimensionalen Raum zu den Geraden. — Zuordnung der Punkte des 5-dimensionalen Raumes zu den Gewinden. — Die Geraden und Ebenen der Quadrik im 5-dimensionalen Raum. — Deutung der projektiven Kollineationen und Dualitäten.	

Anhang

I. Die trigonometrischen Funktionen	375
II. Gewinnung des Schiefkörpers der Skalare aus geometrischen Axiomen	379
III. Die Automorphismen des Körpers der reellen Zahlen	394
IV. Hyperflächen zweiter Ordnung in einem affinen Raum	396
Literaturverzeichnis	408
Namen- und Sachregister	409
Zusammenstellung der Bezeichnungen	417