

Inhalt

Vorwort	III
Inhalt	IV

ERSTER TEIL

Begriff, Ausmaße und wesentliche Eigenschaften der Kugel

1. Kapitel. Stereometrische Grundbegriffe

1. Punkt, Gerade und Ebene im Raum	1
2. Beziehungen zwischen den Grundbegriffen	3
3. Orthogonalität von Gerade und Ebene	4
4. Projektion	7
5. Winkel im Raum	7
6. Winkel windschiefer Geraden	8
7. Winkel von Ebene und Gerade	9
8. Winkel von Ebene und Ebene	10

2. Kapitel. Ecken

1. Entstehung der dreiseitigen Ecke	11
2. Begriff der Ecke	12
3. Nebenecke, Scheitecke	12
4. Polarecke	13
5. Ein einfaches Modell von Ecke und Polarecke	15
6. Summe der Seiten und Summe der Winkel einer Ecke	15
7. Sonderfälle von Ecken	18
8. Kongruenz dreiseitiger Ecken und ihre Konstruktion, 1. und 2. Fall	18
9. Kongruenz dreiseitiger Ecken und ihre Konstruktion, 3. und 4. Fall	21
10. Symmetrische Ecken	22
11. Linksdrehende und rechtsdrehende Koordinatensysteme	24
12. Der Casus ambiguus	25

3. Kapitel. Begriff und Eigenschaften der Kugel

1. Definition der Kugel	28
2. Ausartungen der Kugel	29
3. Die Kugel als konvexer Körper	29

4. Die Kugel ein Körper konstanter Breite	30
5. Kreisschnitte der Kugel	31
6. Krümmung der Kugel	32
7. Beweglichkeit der Kugel	33
8. Gleichung der Kugel	34
9. Kugel als geometrischer Ort	35
10. Groß- und Kleinkreise auf der Kugel	35
11. Tangenten der Kugel	37
12. Pol und Polare	38
13. Großkreise als geodätische Linien	41
14. Konstruktionen auf der Kugelfläche?	42
15. Die Grundlagen der sphärischen Geometrie	44

4. Kapitel. Ausmaße der Kugel und ihrer Teile

1. Beziehung zwischen Oberfläche und Inhalt der Kugel	48
2. Der Rauminhalt der Kugel	52
3. Zur Kritik des CAVALIERISCHEN Prinzips	53
4. Bestimmung des Rauminhalts der Kugel durch Integration	55
5. Berechnung der Kugeloberfläche	56
6. Der Inhalt des Kugelzweiecks	61
7. Das Kugeldreieck oder sphärische Dreieck	62
8. Die Fläche des Kugeldreiecks.	66
9. Kugelkappe und Kugelzone. Kugelabschnitt und Kugelausschnitt	70
10. Minimal- und Maximaleigenschaft der Kugel	72

5. Kapitel. Einige und viele Kugeln

1. Umbeschriebene, einbeschriebene und anbeschriebene Kugeln des Tetraeders	77
2. Regelmäßige Aufteilung der Kugeloberfläche	79
3. Ähnlichkeitspunkte zweier Kugeln	84
4. Ähnlichkeitspunkte von drei Kugeln	85
5. Ähnlichkeitspunkte von vier Kugeln	86
6. Potenz, Potenzebene, Potenzgerade, Potenzpunkt	89
7. Inversion in der Ebene	92
8. Inversion im Raum	95
9. Kugelbüschel, Kugelbündel und Kugelgebüsch	96
10. Kugelpackungen und Kreispackungen	100
11. Einige Kugelpackungen	101
12. Raumgitter und Dichte der Kugelpackungen	103

6. Kapitel. Gerichteter Kreis und gerichtete Kugel

1. Gerichtete Gerade und gerichtete Ebene	106
2. Gerichteter Kreis und MÖBRIUSCHES Kugeldreieck	108
3. Die gerichtete Kugel	111
4. Ähnlichkeitspunkte	113

ZWEITER TEIL

Trigonometrische Berechnungen von Kugeldreiecken*1. Kapitel. Ebene Trigonometrie*

1. Winkelbegriff und Winkelmaß	116
2. Die trigonometrischen Funktionen	118
3. Einige Funktionswerte	119
4. Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen eines Winkels	121
5. Verhalten der Sinusfunktion für kleine Winkel	122
6. Additionstheoreme	123
7. Ausdrücke für doppelte und halbe Winkel	125
8. Summen und Differenzen trigonometrischer Funktionen	126
9. Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks	127
10. Sinussatz und Kosinussatz	128
11. Inhaltsformeln	131
12. Die Berechnung des Dreiecks	131
13. MOLLWEIDESche Formeln und Tangenssatz	132
14. Die Halbwinkelsätze	134

2. Kapitel. Das rechtwinklige und das rechtseitige sphärische Dreieck

1. Die Formeln für das rechtwinklige Dreieck	135
2. Die NEPERSche Regel	139
3. Das rechtseitige sphärische Dreieck	141
4. Das Pentagramma mirificum	142
5. Die NEPERSche Regel und das Pentagramma mirificum	145
6. Die Berechnung des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks	146
7. Sätze über das rechtwinklige sphärische Dreieck	149
8. Die Berechnung des rechtseitigen sphärischen Dreiecks	149

3. Kapitel. Das schiefwinklige sphärische Dreieck. Sinussatz und Kosinussätze

1. Sinussatz	151
2. Die Kosinussätze	151
3. Koordinatentransformation im Raum	153
4. Winkelkosinussatz ohne Polareckensatz	154
5. Sinussatz und Seitenkosinussatz ohne NEPERSche Regel	155
6. NEPERSche Regel als Folge von Sinussatz und Kosinussätzen	158
7. Berechnung des schiefwinkligen sphärischen Dreiecks	159

4. Kapitel. Erweiterung des Formelsystems für das schiefwinklige sphärische Dreieck

1. Halbwinkelsätze	163
2. Halbseitensätze	165
3. Die MOLLWEIDESchen Formeln	167
4. Die NEPERSchen Analogien	168
5. Nochmals Berechnung des schiefwinkligen sphärischen Dreiecks	169
6. Beziehungen zwischen sphärischer und ebener Trigonometrie	169

7. Das Analogon des Projektionssatzes	172
8. Inkreis und Umkreis des sphärischen Dreiecks	173
9. Der Seitenkosinussatz als Grundformel	176
10. Sinussatz und Kosinussätze für MÖBIUSSCHE Dreiecke	178
11. Verallgemeinerungen	182

DRITTER TEIL

Zeichnerische Methoden zur Lösung von Aufgaben auf der Kugelfläche

1. Kapitel. Senkrechte Parallelprojektion

1. Die Grundriß-Aufrißmethode	183
2. Das rechtwinklige sphärische Dreieck	186
3. Konstruktionen rechtwinkliger sphärischer Dreiecke	188
4. Die NEPERSche Regel	190
5. Das rechtseitige sphärische Dreieck	191
6. Das beliebige sphärische Dreieck: Konstruktion der Ecken	192
7. Das beliebige sphärische Dreieck: Darstellung der Stücke des durch die Ecken gegebenen Dreiecks	195
8. Sinussatz und Seitenkosinussatz	196

2. Kapitel. Stereographische Projektion

1. Verfahren der stereographischen Projektion	197
2. Die stereographische Projektion ist winkeltreu	200
3. Die stereographische Projektion ist kreistreu	201
4. Grundkonstruktionen	202
5. Dreieckskonstruktionen	204
6. Sinussatz und Kosinussätze	205

3. Kapitel. Gnomonische Projektion

1. Verfahren der gnomonischen Projektion	208
2. Gnomonische Projektion und dreiseitige Ecke	209
3. Gnomonische Projektion und Kosinussatz	210
4. Gnomonische Projektion, Netzkonstruktion und Sinussatz	211
5. Zwei Konstruktionen in der gnomonischen Bildebene	212
6. Dreieckskonstruktionen in der gnomonischen Bildebene	214

4. Kapitel. Zweibild-Verfahren

1. Grundriß- und Aufriß-Verfahren	215
2. Grundriß- und Seitenriß-Verfahren	218
3. Orthogonales Drehnomogramm des Kugeldreiecks	222
4. Stereographisches Drehnomogramm des Kugeldreiecks	223
5. Stereoskopbilder und Anaglyphen	223
6. Zur Theorie der Anaglyphen	225
7. Zur Praxis der Anaglyphen	226
8. Das Sehen	226

VIERTER THEIL

Mathematische Erd- und Himmelskunde*1. Kapitel. Die Erdkugel*

1. Der Erdkörper	229
2. Linien auf der Erdkugel	233
3. Rechnerische Behandlung des terrestrischen Dreiecks	235
4. Zeichnerische Behandlung des terrestrischen Dreiecks	236
5. Weitere Aufgaben	238

2. Kapitel. Kartenkunde

1. Drei Forderungen	239
2. Kegel- und Zylinderkarten	244
3. Flächentreuer Kartenentwurf	246
4. Merkatorentwurf	248
5. Gleichung der Loxodrome	251
6. Globularentwurf	254

3. Kapitel. Die Himmelskugel

1. Die Himmelskugel	255
2. Das Horizontalsystem	257
3. Das Äquatorialsystem	258
4. Die Zeitmessung	260
5. Breitenbestimmung	265
6. Andere Koordinatensysteme	267

4. Kapitel. Aufgangsdreieck und Poldreieck am ersten Vertikal

1. Aufgangsdreieck	270
2. Berechnung des Aufgangsdreiecks	272
3. Ein rechtseitiges Aufgangsdreieck	274
4. Konstruktionen des rechtwinkligen Aufgangsdreiecks nach der Ein- tafelmethode	275
5. Konstruktionen des rechtwinkligen Aufgangsdreiecks in stereo- graphischer Projektion	277
6. Aufgangsdreieck und gnomonische Projektion	278
7. Das Poldreieck am rechten Vertikal	278

5. Kapitel. Das nautische Dreieck

1. Nautisches Dreieck	279
2. Berechnung des nautischen Dreiecks	280
3. Konstruktionen des nautischen Dreiecks nach der Eintafelmethode	282
4. Konstruktion des nautischen Dreiecks in stereographischer Projektion	284
5. Das nautische Dreieck in gnomonischer Projektion	286
6. Nomographische Lösungen mit Schablonen	286
Schlußwort	288
Zur Literatur	290
Namenverzeichnis	291