

INHALTSVERZEICHNIS

Kapitel 1: Vorbemerkungen, Hilfsmittel

1	Bezeichnungen, Benutzungshinweise	1
2	Wesen und Aufgabe der Differentialgeometrie	3
3	Der Begriff der Abbildung. Koordinaten im euklidischen Raum	4
4	Der Begriff des Vektors im euklidischen Raum	10
5	Grundregeln der Vektorrechnung im euklidischen Raum	13

Kapitel 2: Kurventheorie

6	Der Kurvenbegriff in der Differentialgeometrie	19
7	Bemerkungen zum Kurvenbegriff.	24
8	Beispiele spezieller Kurven.	27
9	Die Bogenlänge.	29
10	Der Tangentenvektor und die Normalebene	34
11	Die Schmiegeebene.	37
12	Der Hauptnormalenvektor, die Kurvenkrümmung und der Krümmungskreis	39
13	Der Binormalenvektor und das begleitende Dreibein einer Kurve	43
14	Die Torsion oder Windung	45
15	Die Frenetschen Ableitungsformeln	48
16	Die räumliche Bewegung des begleitenden Dreibeins, der Darboux'sche Vektor.	52
17	Das sphärische Tangenten-, Hauptnormalen- und Binormalenbild einer Kurve	55
18	Die Form einer Kurve in der Umgebung eines beliebigen Kurvenpunktes (Kanonische Darstellung)	57
19	Berührung. Die Schmiegekugel	60
20	Die natürlichen Gleichungen einer Kurve	67
21	Beispiele natürlicher Gleichungen.	73
22	Evolventen und Evoluten einer Kurve	78
23	Bertrandsche Kurvenpaare.	82

Kapitel 3: Der Flächenbegriff

Die erste Grundform. Grundlagen der Tensorrechnung

24	Der Flächenbegriff in der Differentialgeometrie	87
25	Bemerkungen und Beispiele zur Darstellung der Flächen	92
26	Kurven auf einer Fläche. Die Tangentialebene.	95
27	Die erste Grundform der Flächentheorie. Der Begriff der Riemannschen Geometrie. Die Summationsvereinbarung	99
28	Eigenschaften der ersten Grundform	103

29	Kontravariante und kovariante Vektoren	107
30	Kontravariante, kovariante und gemischte Tensoren	114
31	Rechenregeln für Tensoren	121
32	Flächenvektoren. Der kontravariante Maßtensor	124
33	Spezielle Tensoren	130
34	Der Flächennormalenvektor	132
35	Längen- und Winkelmessung auf einer Fläche	134
36	Der Flächeninhalt.	137
37	Bemerkungen zur Definition des Flächeninhaltes.	141

Kapitel 4: Die zweite Grundform. Die Gaußsche und die mittlere Krümmung einer Fläche

38	Die zweite Grundform der Flächentheorie	144
39	Schiefe und normale Flächenschnitte. Der Satz von Meusnier. Asymptotenlinien	147
40	Elliptische, parabolische und hyperbolische Flächenkrümmung.	152
41	Hauptkrümmungen. Krümmungslinien. Gaußsche und mittlere Flächenkrümmung	156
42	Der Eulersche Satz. Die Dupinsche Indikatrix	161
43	Die Torus- oder Kreisringfläche	165
44	Flachpunkte. Sattelpunkte höherer Art	167
45	Die Weingartenschen und die Gaußschen Ableitungsformeln	170
46	Die Integrierbarkeitsbedingungen für die Ableitungsformeln. Die Krümmungstensoren. Das Theorema egregium	174
47	Eigenschaften der Christoffel-Symbole	181
48	Nabelpunkte	185

Kapitel 5: Die geodätische Krümmung. Geodätische Linien

49	Die geodätische Krümmung	187
50	Geodätische Linien	191
51	Kurvenstücke minimaler Länge	193
52	Geodätische Parallelkoordinaten	197
53	Geodätische Polarkoordinaten	201
54	Der Gauß-Bonnetsche Satz. Die Gesamtkrümmung oder Curvatura integra eines Flächenstückes	205
55	Eine Anwendung des Gauß-Bonnetschen Satzes auf geschlossene Flächen	209

Kapitel 6: Abbildungen

56	Vorbemerkung	212
57	Längentreue Abbildung, Verbiegung. Der Begriff der inneren Geometrie. .	213
58	Regelflächen, Torsen	218
59	Das sphärische Bild einer Fläche. Die dritte Grundform. Die längentreue Abbildung der Torsen	224
60	Konjugierte Richtungen und Netze. Berührende Torsen einer Fläche . .	229
61	Konforme Abbildung	233
62	Die konforme Abbildung von Flächenstücken in die Ebene	235
63	Isotrope Kurven und isotherme Koordinaten	240
64	Die gegenüber konformen Abbildungen invariante Bergmansche Metrik	242

65	Konforme Abbildung der Kugeloberfläche in die Ebene. Die stereographische und die Mercatorprojektion	247
66	Flächentreue Abbildung	252
67	Flächentreue Abbildung der Kugeloberfläche in die Ebene. Die Abbildungen von Lambert, Sanson und Bonne.	253
68	Die konforme Abbildung des euklidischen Raumes	256

Kapitel 7: Absolute Differentiation und Parallelverschiebung

69	Die der absoluten Differentiation zugrundeliegende Problemstellung . . .	264
70	Die absolute Differentiation der Tensoren 1. Stufe	266
71	Die absolute Differentiation beliebiger Tensoren	269
72	Weitere Eigenschaften der absoluten Differentiation	272
73	Die Vertauschung der Differentiationsreihenfolge bei der absoluten Differentiation, die Identität von Ricci	273
74	Die Bianchischen Identitäten für die kovariante Ableitung der Krümmungstensoren	276
75	Die Beltramischen Differentiatoren	277
76	Die Definition der Parallelverschiebung von Levi-Civita	279
77	Weitere Eigenschaften der Parallelverschiebung von Levi-Civita . . .	284
78	Eine allgemeinere Definition der absoluten Differentiation und der Parallelverschiebung	288

Kapitel 8: Spezielle Flächen

79	Definition und einfache Eigenschaften der Minimalflächen	292
80	Flächenstücke minimalen Inhaltes	293
81	Beispiele für Minimalflächen	296
82	Zusammenhänge zwischen der Funktionentheorie und den Minimalflächen. Die Weierstraßschen Formeln	301
83	Minimalflächen als Schiebeflächen mit isotropen Erzeugenden	304
84	Betragsflächen analytischer Funktionen	307
85	Die Enveloppe einer einparametrischen Familie von Flächen	316
86	Torsen als Enveloppen von Ebenenfamilien	323
87	Die Enveloppe der Schmiege-, Normal- und Streckebenen einer Kurve, die Krümmungsachsen- oder Polarenfläche	325
88	Die Mittelpunktsflächen einer Fläche	328
89	Parallellflächen	332
90	Flächen mit konstanter Gaußscher Krümmung	334
91	Die längentreue Abbildung der Flächen mit konstanter Gaußscher Krümmung	336
92	Sphärische Drehflächen	339
93	Pseudosphärische Drehflächen	342
94	Geodätische Abbildung	347
95	Geodätische Abbildung der Flächen konstanter Gaußscher Krümmung .	349
96	Die Flächen mit konstanter Gaußscher Krümmung und die nichteuklidische Geometrie	351
	Lösungen der Übungsaufgaben	359
	Formelzusammenstellung	400
	Sachverzeichnis	416