

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Vorwort</i>	9
I. Teil <i>Affine Geometrie der Ebene</i>	11
<i>Einleitung</i>	11
1. <i>Grundrelation der Inzidenz</i>	13
1.1 Grundelemente	13
1.2 Inzidenzrelation	13
1.3 Axiome der Inzidenz	14
1.4 Widerspruchsfreiheit des Axiomensystems I. 1–3	14
1.5 Finites Modell des Axiomensystems I. 1–3	16
1.6 Unabhängigkeit der Axiome	17
1.7 Unabhängigkeit der Axiome I. 1–2	18
1.8 Die Lehre der Parallelen	18
1.9 Programm für die folgende Untersuchung	19
2. <i>Grundrelation der Anordnung</i>	20
2.1 Anordnungsbeziehung	20
2.2 Anordnungsaxiome II. 1–3	21
2.3 Widerspruchsfreiheit des Systems I. 1–3, II. 1–3	22
2.4 Das Axiom von Pasch	23
2.5 Die logische Stellung des Axioms von Pasch	24
2.6 Grundtheoreme der Anordnung	24
2.7 Die äussersten Punkte, Anordnungen von kollinearen Punkten	25
2.8 Die Anzahl der Punkte auf einer Geraden	26
3. <i>Widerspruchsfreiheit und Unvollständigkeit des Axiomensystems I. 1–3, II. 1–4</i>	26
3.1 Widerspruchsfreiheit	26
3.2 Arithmetisches Modell M_1	27
3.3 Arithmetisches Modell M_2	27
4. <i>Halbstrahl, Halbebene, Winkel, Dreieck</i>	28
4.1 Halbstrahl	28
4.2 Halbebene	29
4.3 Begriff des Winkels	29

4.4	Dreieck	30
4.5	Topologische Eigenschaften	31
5.	<i>Das Stetigkeitsaxiom</i>	31
5.1	Punktschnitte	31
5.2	Das Stetigkeitsaxiom	32
6.	<i>Parallele Geraden</i>	32
6.1	Eine Klasseneinteilung	32
6.2	Eigenschaften der Klassen	34
6.3	Existenz paralleler Geraden	35
7.	<i>Das Parallelenaxiom</i>	36
7.1	Erweiterung des Axiomensystems	36
7.2	Der nichteuklidische Fall	36
7.3	Das Parallelenaxiom	37
8.	<i>Parallelverschiebung</i>	37
8.1	Vektoren. Richtungsvergleich von Vektoren	37
8.2	Parallelverschiebung eines Vektors längs einer Strecke	38
8.3	Parallelverschiebung längs eines polygonalen Weges	39
8.4	Wegeunabhängigkeit der Parallelverschiebung	39
8.5	Unabhängigkeit des Desarguesschen Satzes	40
9.	<i>Vektoralgebra</i>	42
9.1	Gleichheit von Vektoren	42
9.2	Vektoraddition	43
9.3	Das kommutative und das assoziative Gesetz der Addition	43
9.4	Subtraktion	44
9.5	Multiplikation eines Vektors mit einer ganzen Zahl	45
9.6	Multiplikation mit einer rationalen Zahl	45
9.7	Der Satz von Archimedes	46
9.8	Irrationale Multiplikatoren	48
9.9	Die vollständige Zahlengerade	48
9.10	Messung von Vektoren	49
9.11	Grundsätze der Vektoralgebra	49
10.	<i>Affine Koordinatensysteme</i>	50
10.1	Über Proportionen	50
10.2	Proportionenlehre	50
10.3	Affine Koordinatensysteme	52
10.4	Gleichung einer Geraden	52
10.5	Anordnung	53

11. <i>Vollständigkeit der affinen Geometrie</i>	54
11.1 Affine Geometrie und analytische Geometrie	54
11.2 Vollständigkeit der affinen Geometrie	54
12. <i>Koordinatentransformationen</i>	55
12.1 Übergang von einem Koordinatensystem zu einem anderen ...	55
12.2 Affine Abbildungen	57
13. <i>Affine Geometrie und projektive Geometrie</i>	57
13.1 Dualitätsprinzip	57
13.2 Die Idealpunkte und -geraden	58
13.3 Projektive Inzidenzgeometrie	59
13.4 Anordnung	59
14. <i>Kongruenzlehre</i>	60
14.1 Streckenkongruenz	60
14.2 Kongruenz paralleler Strecken	60
14.3 Erweiterung der Definition der Streckenkongruenz	61
14.4 Die Eichlinie	62
14.5 Winkelkongruenz, Parallele Winkel	63
14.6 Kongruenz beliebiger Winkel	63
14.7 Konstruktion der Eichlinie	64
14.8 Koordinatendarstellung der Konstruktion	65
14.9 Die invariante quadratische Form	65
14.10 Invarianz der Form Q gegenüber der Transformation (14.8) ..	67
15. <i>Euklidische Geometrie</i>	67
15.1 Die affine Transformation T	67
15.2 Das Koordinatensystem K_0	68
15.3 Iteration der Transformation T	68
15.4 Das Postulat III. 4	70
15.5 Die Eichlinie E ist eine Ellipse	70
15.6 Euklidische Längenmetrik	71
15.7 Länge eines Kreisbogens	72
15.8 Winkelmetrik	73
15.9 Die Metrik in einem beliebigen Koordinatensystem	75
15.10 Die metrischen Grundformen in Vektorform	75
15.11 Die Dreiecksungleichung	76
15.12 Das skalare Produkt	77
16. <i>Lorentz-Minkowskische Geometrie</i>	78
16.1 Der hyperbolische Fall	78
16.2 Das Koordinatensystem K_0	79

16.3	Erweiterung des Kongruenzbegriffes. Kongruenzklassen	80
16.4	Der Fall $n=2$	81
16.5	Der konkave Fall	81
16.6	Das Komplement \bar{R}	82
16.7	Lorentz–Minkowskische Geometrie	83
16.8	Bogenlänge von E , Winkelmessung	84
16.9	Orthogonalsysteme	85
16.10	Physikalische Deutung der Lorentz–Minkowskischen Geometrie	85
17.	<i>Galilei-Geometrie</i>	87
17.1	Der semidefinite Fall	87
17.2	Galilei-Geometrie	88
17.3	Orthogonalsysteme	88
17.4	Physikalische Deutung des Systems	89
II.	Teil <i>Finite Geometrie</i>	91
1.	<i>Inzidenz</i>	91
1.1	Einleitung	91
1.2	Inzidenzaxiome	91
1.3	Koordinaten	94
1.4	Addition	95
1.5	Multiplikation	96
1.6	Die Gleichung der Geraden	100
1.7	Anzahl Punkte, Monomorphie des Inzidenzsystems	101
2.	<i>Anordnung</i>	102
2.1	Axiome der Anordnung	102
2.2	Zerlegung des Paschschen Axioms	104
2.3	Algebraisierung der Zwischenrelation	105
2.4	Die Konfiguration von drei verschiedenen kollinearen Punkten	108
2.5	Das schärfere Paschsche Axiom	110
3.	<i>Kongruenz</i>	110
3.1	Axiome der Kongruenz	110
3.2	Die Eichlinien	112
3.3	Die analytische Darstellung der Eichlinien im Fall $p \neq 2$	114
3.4	Der Fall $p=2$	121
3.5	Winkelkongruenz	125
	Literatur	129
	Index	133