

INHALTSVERZEICHNIS

| | |
|--|-----------|
| Einleitung | 1 |
| Kapitel I. Die klassische Theorie der Lösungsverzweigung bei Systemen impliziter Funktionen | 12 |
| § 1. Implizite Funktionen | 12 |
| 1.1. Klassische Sätze über implizite Funktionen | 12 |
| 1.2. Allgemeinere Sätze über implizite Funktionen | 13 |
| 1.3. Analytische implizite Funktionen | 17 |
| § 2. Der eindimensionale Verzweigungsfall. Das NEWTONsche Diagramm | 18 |
| 2.1. Das NEWTONsche Diagramm | 19 |
| 2.2. Die Eigenschaften der Lösungen | 22 |
| 2.3. Beispiele | 24 |
| 2.4. Die Untersuchung der Verzweigungsgleichung. Einfache Wurzeln der Bestimmungsgleichung | 26 |
| 2.5. Mehrfache Wurzeln der Bestimmungsgleichung | 29 |
| 2.6. Die Auswahl reeller Lösungen | 31 |
| 2.7. Einige spezielle NEWTONsche Diagramme | 33 |
| Kapitel II. Die Untersuchung der mehrdimensionalen Verzweigungsgleichung | 40 |
| § 3. Die Transformation der Verzweigungsgleichung | 40 |
| 3.1. Die Transformation auf reguläre Form | 40 |
| 3.2. Die Transformation auf Normalform | 43 |
| § 4. Einige Probleme der Teilbarkeitstheorie | 46 |
| 4.1. Der Potenzreihenring | 46 |
| 4.2. Der größte gemeinsame Teiler. Der euklidische Algorithmus | 48 |
| 4.3. Der primitive größte gemeinsame Teiler | 52 |
| 4.4. Die Anwendung auf ausgezeichnete Polynome | 55 |
| § 5. Der zweidimensionale Verzweigungsfall | 55 |
| 5.1. Kleine Lösungen der Verzweigungsgleichung | 56 |
| 5.2. Die Indexe der zweidimensionalen Verzweigungsgleichung | 58 |
| 5.3. Spezialfälle | 61 |
| § 6. Der mehrdimensionale Verzweigungsfall | 69 |
| 6.1. Die KRONECKERSche Eliminationsmethode | 69 |
| 6.2. Kleine Lösungen der Verzweigungsgleichung. Die Elimination der Unbekannten | 73 |
| 6.3. Der quasireguläre Verzweigungsfall | 75 |
| 6.4. Der entartete Verzweigungsfall | 76 |
| 6.5. Isolierte triviale Lösungen | 77 |

| | | |
|---------------------|---|-----|
| <i>Kapitel III.</i> | Die Verzweigungsgleichung für nichtlineare Integral- und Integrodifferentialgleichungen | 79 |
| § 7. | Eine einfache LJAPUNOW-SCHMIDTSche Integralgleichung | 79 |
| 7.1. | Integralpotenzreihen einer Argumentfunktion | 79 |
| 7.2. | Integralpotenzreihen mehrerer Argumentfunktionen | 80 |
| 7.3. | Integralpotenzreihen von Integralpotenzreihen | 81 |
| 7.4. | Der LJAPUNOW-SCHMIDTSche Operator als Kontraktionsoperator | 82 |
| 7.5. | Eine einfache LJAPUNOW-SCHMIDTSche Integralgleichung | 84 |
| 7.6. | Das LICHTENSTEINSche Näherungsverfahren | 85 |
| 7.7. | Die Majorantenmethode | 87 |
| 7.8. | Die gleichmäßige Konvergenz des Näherungsverfahrens | 91 |
| § 8. | Die allgemeine LJAPUNOW-SCHMIDTSche Integralgleichung | 93 |
| 8.1. | Der reguläre Fall | 94 |
| 8.2. | Der reguläre Fall bei mehreren Argumentfunktionen | 95 |
| 8.3. | Das SCHMIDTSche Lemma | 96 |
| 8.4. | Der eindimensionale Verzweigungsfall | 97 |
| 8.5. | Der mehrdimensionale Verzweigungsfall | 100 |
| 8.6. | Mögliche Verallgemeinerungen | 103 |
| § 9. | Systeme von LJAPUNOW-SCHMIDTSchen Integralgleichungen. Integrodifferentialgleichungen | 103 |
| 9.1. | Systeme von zwei LJAPUNOW-SCHMIDTSchen Integralgleichungen | 104 |
| 9.2. | Der reguläre Fall | 106 |
| 9.3. | Der Verzweigungsfall | 108 |
| 9.4. | Nichtlineare Integrodifferentialgleichungen erster Ordnung | 111 |
| 9.5. | Weitere Integrodifferentialgleichungen | 114 |
| 9.6. | Eine andere Methode zur Herleitung der Verzweigungsgleichung | 117 |
| <i>Kapitel IV.</i> | Die Verzweigungsgleichung für die allgemeine nichtlineare Integralgleichung | 121 |
| § 10. | Die allgemeine nichtlineare Integralgleichung | 121 |
| 10.1. | Die Aufgabenstellung. Vorbereitende Bemerkungen | 121 |
| 10.2. | Der reguläre Fall | 122 |
| 10.3. | Der eindimensionale Verzweigungsfall | 124 |
| 10.4. | Der mehrdimensionale Verzweigungsfall | 127 |
| 10.5. | Der Spezialfall (10.5) | 132 |
| 10.6. | Die HAMMERSTEINSche Integralgleichung | 137 |
| § 11. | Die Koeffizienten der Verzweigungsgleichung | 142 |
| 11.1. | Die Koeffizienten der eindimensionalen Verzweigungsgleichung für die allgemeine nichtlineare Integralgleichung | 143 |
| 11.2. | Die Koeffizienten der eindimensionalen Verzweigungsgleichung für die nichtlineare HAMMERSTEINSche Integralgleichung | 149 |
| 11.3. | Die Koeffizienten der zweidimensionalen Verzweigungsgleichung für die allgemeine nichtlineare Integralgleichung | 151 |
| 11.4. | Die Koeffizienten der zweidimensionalen Verzweigungsgleichung für spezielle nichtlineare Integralgleichungen | 155 |
| 11.5. | Weitere Eigenschaften der Koeffizienten der Verzweigungsgleichung | 163 |

| | | |
|--------------------|--|------------|
| <i>Kapitel V.</i> | Die Beschreibung und die Konstruktion der Lösungen nichtlinearer Integralgleichungen | 165 |
| § 12. | Die Beschreibung der Lösungen nichtlinearer Integralgleichungen . . . | 165 |
| | 12.1. Vorbereitende Bemerkungen | 165 |
| | 12.2. Die Beschreibung der Lösungen im eindimensionalen Verzweigungsfall | 168 |
| | 12.3. Bifurkationspunkte im eindimensionalen Verzweigungsfall | 172 |
| | 12.4. Die Beschreibung der Lösungen im zweidimensionalen Verzweigungsfall | 174 |
| | 12.5. Die Beschreibung der Lösungen im mehrdimensionalen Verzweigungsfall | 175 |
| | 12.6. Die Verzweigung einer isolierten Lösung | 176 |
| | 12.7. Bifurkationspunkte im mehrdimensionalen Verzweigungsfall . . . | 181 |
| § 13. | Die Konstruktion der Lösungen nichtlinearer Integralgleichungen . . . | 182 |
| | 13.1. Verschiedene Konstruktionsverfahren | 182 |
| | 13.2. Der eindimensionale Verzweigungsfall | 184 |
| | 13.3. Der zweidimensionale Verzweigungsfall | 188 |
| | 13.4. Die NEKRASSOWSCHE Gleichung | 191 |
| | 13.5. Die Verzweigungsgleichung für die NEKRASSOWSCHE Gleichung . . | 193 |
| § 14. | Singuläre Lösungen nichtlinearer Integralgleichungen | 198 |
| | 14.1. Die Aufgabenstellung | 199 |
| | 14.2. Die Zurückführung auf kleine Lösungen | 199 |
| | 14.3. Singuläre Lösungen im regulären Fall | 200 |
| | 14.4. Die Untersuchung der Hilfsgleichung | 202 |
| | 14.5. Singuläre Lösungen im Verzweigungsfall | 203 |
| | 14.6. Singuläre Lösungen im Raum der summierbaren Funktionen . . . | 205 |
| <i>Kapitel VI.</i> | Die Verzweigung von periodischen Lösungen nichtlinearer Differentialgleichungssysteme | 206 |
| § 15. | Periodische Lösungen nichtautonomer Systeme | 206 |
| | 15.1. Die Aufgabenstellung | 206 |
| | 15.2. Das Verfahren von POINCARÉ | 207 |
| | 15.3. Die Periodizitätsbedingungen. Die Verzweigungsgleichung | 207 |
| | 15.4. Die Beschreibung der Lösungen im regulären Fall | 209 |
| | 15.5. Die Beschreibung der Lösungen im eindimensionalen Verzweigungsfall | 210 |
| | 15.6. Die Beschreibung der Lösungen im mehrdimensionalen Verzweigungsfall | 211 |
| § 16. | Periodische Lösungen quasilinearer Systeme | 212 |
| | 16.1. Die Aufgabenstellung | 212 |
| | 16.2. Die Periodizitätsbedingungen | 214 |
| | 16.3. Die Herleitung der Verzweigungsgleichung | 215 |
| | 16.4. Die Beschreibung der Lösungen. Ergänzende Bemerkungen . . . | 215 |
| § 17. | Periodische Lösungen autonomer Systeme | 216 |
| | 17.1. Die Aufgabenstellung | 216 |
| | 17.2. Die Verzweigungsgleichung | 217 |
| | 17.3. Die Beschreibung der Lösungen | 219 |
| | 17.4. Die Methode der unbestimmten Koeffizienten | 220 |
| | 17.5. Autonome Systeme mit einem Freiheitsgrad | 221 |

| | | |
|--|---|-----|
| § 18. | Beispiele | 224 |
| | 18.1. Nichtautonome Systeme mit einem Freiheitsgrad | 224 |
| | 18.2. Autonome Systeme mit einem Freiheitsgrad | 232 |
| § 19. | Weitere Probleme mit periodischen Lösungen | 233 |
| | 19.1. Singuläre periodische Lösungen nichtautonomer Systeme | 233 |
| | 19.2. Die Verzweigung von periodischen Lösungen abstrakter Differentialgleichungen im BANACH-Raum | 235 |
| § 20. | Die Stabilität von periodischen Lösungen nichtlinearer Differentialgleichungen | 238 |
| | 20.1. Die Stabilität im Sinne von LJAPUNOW | 239 |
| | 20.2. Die Stabilität der Lösungen des POINCARÉ'schen Problems | 240 |
| <i>Kapitel VII. Die Lösungsverzweigung bei nichtlinearen Gleichungen in Banachräumen</i> | | 251 |
| § 21. | Lineare Operatoren in BANACH-Räumen | 251 |
| | 21.1. FREDHOLMSche Operatoren | 251 |
| | 21.2. Spezielle Zerlegungen der Räume in direkte Summen von Unterräumen | 252 |
| | 21.3. Die Einschränkung des Operators. Das verallgemeinerte SCHMIDT'sche Lemma | 253 |
| | 21.4. Der Zusammenhang mit dem adjungierten Operator | 255 |
| | 21.5. Unbeschränkte FREDHOLMSche Operatoren | 257 |
| § 22. | Potenzoperatoren. TAYLOR-Reihen. Sätze über implizite Operatoren. | 257 |
| | 22.1. Potenzoperatoren | 257 |
| | 22.2. Potenzreihen. TAYLOR-Reihen. Analytische Operatoren | 259 |
| | 22.3. Sätze über implizite Operatoren | 261 |
| § 23. | Die LJAPUNOW-SCHMIDT'sche Verzweigungsgleichung | 265 |
| | 23.1. Die Aufgabenstellung | 265 |
| | 23.2. Die Herleitung der Verzweigungsgleichung unter Benutzung des Operators \hat{B} | 266 |
| | 23.3. Die Herleitung der Verzweigungsgleichung unter Benutzung des Operators \hat{B} | 268 |
| | 23.4. Der Hauptsatz der Verzweigungstheorie | 269 |
| | 23.5. Die Verzweigungsgleichung für analytische Operatoren | 270 |
| | 23.6. Die Verzweigungsgleichung für unbeschränkte Operatoren | 271 |
| § 24. | Der eindimensionale Verzweigungsfall | 271 |
| | 24.1. Die ersten Koeffizienten der eindimensionalen Verzweigungsgleichung | 272 |
| | 24.2. Der entartete Verzweigungsfall (Problem A und B) | 274 |
| | 24.3. Der quasireguläre Verzweigungsfall (Problem A) | 275 |
| | 24.4. Der quasireguläre Verzweigungsfall (Problem B) | 277 |
| | 24.5. Der reelle Verzweigungsfall | 278 |
| | 24.6. Die Lösungsverzweigung bei Gleichungen mit hinreichend glatten Operatoren | 279 |
| | 24.7. Das Auftreten eines Funktionalparameters. Reihen nach homogenen Operatoren | 280 |
| | 24.8. Das Auftreten zweier Zahlenparameter | 283 |
| § 25. | Der mehrdimensionale Verzweigungsfall | 285 |
| | 25.1. Der Übergang zum äquivalenten Gleichungssystem | 285 |
| | 25.2. Der zweidimensionale Verzweigungsfall | 287 |

| | | |
|--|--|------------|
| 25.3. | Der mehrdimensionale Verzweigungsfall | 288 |
| 25.4. | Die Verzweigung einer isolierten Lösung | 289 |
| 25.5. | Bifurkationspunkte | 289 |
| Kapitel VIII. Die Lösungsverzweigung bei nichtlinearen singulären Gleichungen | | 292 |
| § 26. | NOETHERSche Operatoren | 292 |
| 26.1. | NOETHERSche Operatoren | 292 |
| 26.2. | Die Zerlegung der Räume in direkte Summen von Unterräumen. Die Einschränkung des Operators | 293 |
| 26.3. | Der Satz von ATKINSON. Der Zusammenhang mit dem adjungierten Operator | 294 |
| 26.4. | Unbeschränkte NOETHERSche Operatoren | 296 |
| § 27. | Sätze über die Lösungsverzweigung | 297 |
| 27.1. | Die Aufgabenstellung | 297 |
| 27.2. | Der Fall $n > 0, m = 0$ | 297 |
| 27.3. | Der Fall $n = 0, m > 0$ | 298 |
| 27.4. | Der Hauptfall $n > 0, m > 0$. Die Verzweigungsgleichung | 299 |
| 27.5. | Die Lösungsverzweigung bei Gleichungen mit unbeschränkten Operatoren | 300 |
| § 28. | Die Lösungsverzweigung bei nichtlinearen singulären Integralgleichungen | 300 |
| 28.1. | Lineare singuläre Integralgleichungen mit CAUCHYSchen Kernen im Raum der HÖLDER-stetigen Funktionen. | 300 |
| 28.2. | Nichtlineare singuläre Integralgleichungen mit CAUCHYSchen Kernen im Raum der HÖLDER-stetigen Funktionen. | 302 |
| 28.3. | Der analytische Fall | 304 |
| 28.4. | Nichtlineare singuläre Integralgleichungen mit HILBERTSchen Kernen im Raum der summierbaren Funktionen | 306 |
| § 29. | Die Lösungsverzweigung bei Randwertproblemen für nichtlineare elliptische Differentialgleichungen. | 309 |
| 29.1. | Randwertprobleme für elliptische Differentialgleichungen zweiter Ordnung im Raum der HÖLDER-stetigen Funktionen | 310 |
| 29.2. | Ebene Randwertprobleme für elliptische Differentialgleichungssysteme k -ter Ordnung im Raum der HÖLDER-stetigen Funktionen | 314 |
| 29.3. | Randwertprobleme für elliptische Differentialgleichungen im Raum der summierbaren Funktionen | 316 |
| Kapitel IX. Einige Probleme der Störungstheorie | | 320 |
| § 30. | JORDANSche Ketten und JORDANSche Sätze FREDHOLMScher Operatoren | 320 |
| 30.1. | Die JORDANSche A -Kette für $n = 1$ | 320 |
| 30.2. | Die JORDANSchen A -Ketten für $n > 1$. Der JORDANSche A -Satz | 322 |
| 30.3. | Die Vollständigkeit des JORDANSchen A -Satzes | 324 |
| 30.4. | Ein Beispiel | 327 |
| § 31. | Die Störung einer linearen Gleichung durch kleine lineare Glieder | 327 |
| 31.1. | Der Fall $n = 1$ | 328 |
| 31.2. | Der Fall $n > 1$ | 330 |
| 31.3. | Die Methode der unbestimmten Koeffizienten | 331 |
| § 32. | Die Verzweigung der Eigenwerte und Eigenelemente eines FREDHOLMSchen Operators. | 334 |
| 32.1. | Die Herleitung der Verzweigungsgleichung | 334 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 32.2. | Die Verzweigungsgleichung im analytischen Fall | 336 |
| 32.3. | Der entartete und der nichtentartete Fall | 337 |
| 32.4. | Der eindimensionale Fall | 338 |
| 32.5. | Die Methode der unbestimmten Koeffizienten | 342 |
| 32.6. | Der mehrdimensionale Fall | 346 |
| 32.7. | Einige Verallgemeinerungen | 350 |
| § 33. | Singuläre Lösungen nichtlinearer Gleichungen | 351 |
| 33.1. | Die Aufgabenstellung. Grundbegriffe | 351 |
| 33.2. | Die Störung einer linearen Gleichung durch kleine nichtlineare Glieder | 353 |
| 33.3. | Verallgemeinerte JORDANSche Ketten | 354 |
| 33.4. | Die Eigenschaften gewisser Polynome | 356 |
| 33.5. | Der Hauptfall des Störungsproblems | 359 |
| 33.6. | Störungen zweiter Ordnung | 365 |
| 33.7. | Lösungen der Ordnung $O(\lambda^{-1/(k-1)})$ | 372 |

| | | |
|-------------------|---|------------|
| <i>Kapitel X.</i> | Einige Anwendungsbeispiele. | 373 |
| § 34. | Die Knickung eines geraden Stabes bei konstanter Belastung | 373 |
| § 35. | Die Ausbeulung einer biegsamen Platte | 376 |
| 35.1. | Die Aufgabenstellung. Allgemeine Bemerkungen | 376 |
| 35.2. | Die Kreisplatte | 379 |
| 35.3. | Die Untersuchung der Verzweigungsgleichung | 383 |
| 35.4. | Die Kreisplatte ohne äußere Belastung | 385 |
| § 36. | Die Schwingungen eines Satelliten in seiner Bahnebene | 386 |
| § 37. | Stationäre Wellen auf der Oberfläche einer schweren Flüssigkeit | 389 |
| 37.1. | Die Aufgabenstellung. Die Herleitung der grundlegenden Integral- gleichung | 389 |
| 37.2. | Das äquivalente Gleichungssystem | 393 |
| 37.3. | Der reguläre Fall | 394 |
| 37.4. | Der Verzweigungsfall | 395 |
| | Literaturverzeichnis. | 397 |
| | Sachverzeichnis. | 406 |