

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I. Unendliche Mengen

§ 1. Mengenoperationen	1
§ 2. Eineindeutige Zuordnung	5
§ 3. Abzählbare Mengen	8
§ 4. Die Mächtigkeit des Kontinuums	13
§ 5. Vergleich von Mächtigkeiten	20

Kapitel II. Punktmengen

§ 1. Häufungspunkte	30
§ 2. Abgeschlossene Mengen	33
§ 3. Innere Punkte und offene Mengen	39
§ 4. Abstand und Trennbarkeit	42
§ 5. Die Struktur offener und abgeschlossener Mengen	46
§ 6. Kondensationspunkte. Die Mächtigkeit abgeschlossener Mengen.	51

Kapitel III. Meßbare Mengen

§ 1. Das Maß beschränkter offener Mengen	57
§ 2. Das Maß beschränkter abgeschlossener Mengen	63
§ 3. Äußeres und inneres Maß beschränkter Mengen	68
§ 4. Meßbare Mengen	72
§ 5. Meßbarkeit und Maß als Bewegungsinvarianten	77
§ 6. Klassen meßbarer Mengen	82
§ 7. Allgemeine Bemerkungen über das Maßproblem	87
§ 8. Der Satz von VITALI	89

Kapitel IV. Meßbare Funktionen

§ 1. Definition und einfachste Eigenschaften meßbarer Funktionen	95
§ 2. Weitere Eigenschaften meßbarer Funktionen	99
§ 3. Folgen meßbarer Funktionen. Konvergenz dem Maß nach	102
§ 4. Die Struktur meßbarer Funktionen	109
§ 5. Die WEIERSTRASSschen Sätze	117

Kapitel V. Das LEBESGUE-Integral beschränkter Funktionen

§ 1. Definition des LEBESGUE-Integrals	124
§ 2. Grundlegende Eigenschaften des Integrals	130
§ 3. Grenzübergang unter dem Integralzeichen	137
§ 4. Vergleich des RIEMANN- und des LEBESGUE-Integrals	140
× § 5. Aufsuchen einer Stammfunktion	146

Kapitel VI. Summierbare Funktionen

§ 1. Das Integral einer nichtnegativen meßbaren Funktion	150
§ 2. Summierbare Funktionen mit beliebigem Vorzeichen	159
§ 3. Grenzübergang unter dem Integralzeichen	166

Kapitel VII. Quadratisch summierbare Funktionen

§ 1. Grundlegende Definitionen. Ungleichungen. Norm.	181
§ 2. Konvergenz im Mittel	184
§ 3. Orthogonalsysteme	193
§ 4. Der Raum l^2	204
§ 5. Linear unabhängige Systeme	213
§ 6. Die Räume L_p und l_p	218

Kapitel VIII. Funktionen von endlicher Variation. Das STIELTJES-Integral

§ 1. Monotone Funktionen	227
§ 2. Abbildung von Mengen, Differentiation einer monotonen Funktion	230
§ 3. Funktionen von endlicher Variation	241
§ 4. Das HELLYsche Auswahlprinzip	247
§ 5. Stetige Funktionen von endlicher Variation	250
§ 6. Das STIELTJES-Integral	255
§ 7. Grenzübergang unter dem STIELTJES-Integral	261
§ 8. Lineare Funktionale.	266

Kapitel IX. Absolut stetige Funktionen. Das unbestimmte LEBESGUE-Integral

§ 1. Absolut stetige Funktionen	270
§ 2. Differentialeigenschaften der absolut stetigen Funktionen	273
§ 3. Stetige Abbildungen	275
§ 4. Das unbestimmte LEBESGUE-Integral	280
§ 5. Einführung einer neuen Veränderlichen im LEBESGUE-Integral	290
§ 6. Punkte größter Dichte, approximative Stetigkeit	294
§ 7. Ergänzungen zur Theorie der Funktionen von endlicher Variation und zur Theorie des STIELTJES-Integrals	297
§ 8. Berechnung einer Stammfunktion	301

Kapitel X. Singuläre Integrale. Trigonometrische Reihen. Konvexe Funktionen

§ 1. Fragestellung.	309
§ 2. Darstellung einer Funktion in einem gegebenen Punkt durch ein singuläres Integral	314
§ 3. Anwendung auf die Theorie der FOURIER-Reihen	319
§ 4. Weitere Eigenschaften der trigonometrischen Reihen und der FOURIER-Reihen	328
§ 5. SCHWARZsche Ableitungen und konvexe Funktionen	336
§ 6. Eindeutigkeit der Entwicklung einer Funktion in eine trigonometrische Reihe	348

Kapitel XI. Punktmengen im zweidimensionalen Raum

§ 1. Abgeschlossene Mengen	360
§ 2. Offene Mengen	362
§ 3. Maßtheorie ebener Mengen	366
§ 4. Meßbarkeit und Maß als Bewegungsinvarianten	374
§ 5. Der Zusammenhang zwischen dem Maß einer ebenen Menge und dem Maß ihrer Schnitte	380

Kapitel XII. Meßbare Funktionen mehrerer Veränderlichen und ihre Integration	
§ 1. Meßbare Funktionen. Erweiterung stetiger Funktionen	385
§ 2. Das LEBESGUE-Integral und seine geometrische Bedeutung	389
§ 3. Der Satz von FUBINI	392
§ 4. Änderung der Reihenfolge der Integrationen	397
Kapitel XIII. Mengenfunktionen und ihre Anwendungen in der Integrationstheorie	
§ 1. Absolut stetige Mengenfunktionen	401
§ 2. Das unbestimmte Integral und seine Differentiation	408
§ 3. Verallgemeinerung der bisherigen Ergebnisse	410
Kapitel XIV. Transfinite Zahlen	
§ 1. Geordnete Mengen. Ordnungstypen	415
§ 2. Wohlgeordnete Mengen	421
§ 3. Ordnungszahlen	424
§ 4. Transfinite Induktion	427
§ 5. Die zweite Zahlklasse	428
§ 6. Die Alephs	431
§ 7. Das Axiom und der Satz von ZERMELO	434
Kapitel XV. Die BAIRESche Klassifikation	
§ 1. Die BAIRESchen Klassen	438
§ 2. Die BAIRESchen Klassen sind nicht leer	444
§ 3. Die Funktionen der ersten Klasse	451
§ 4. Halbstetige Funktionen	462
Kapitel XVI. Einige Verallgemeinerungen des LEBESGUE-Integrals	
§ 1. Einführung	471
§ 2. Definition des PERRON-Integrals	472
§ 3. Grundeigenschaften des PERRON-Integrals	474
§ 4. Das unbestimmte PERRON-Integral	477
§ 5. Vergleich des PERRON-Integrals mit dem LEBESGUE-Integral	480
§ 6. Eine abstrakte Integraldefinition und ihre Verallgemeinerung	484
§ 7. Das DENJOY-Integral im engeren Sinne	491
§ 8. Der Satz von H. HAKE	494
§ 9. Der Satz von P. S. ALEXANDROW und H. LOOMAN	501
§ 10. Das DENJOY-Integral im weiteren Sinne	506
Kapitel XVII. Funktionen mit nicht beschränkten Definitionsbereichen	
§ 1. Das Maß einer nicht beschränkten Menge	510
§ 2. Meßbare Funktionen	512
§ 3. Integrale über nicht beschränkte Mengen	513
§ 4. Quadratisch summierbare Funktionen	515
§ 5. Funktionen von endlicher Variation. STIELTJES-Integrale	516
§ 6. Unbestimmte Integrale und absolut stetige Mengenfunktionen	520

Kapitel XVIII. Aus der Funktionalanalysis

§ 1. Metrische und insbesondere lineare normierte Räume	523
§ 2. Kompaktheit	530
§ 3. Kriterien für die Kompaktheit von Mengen in einigen Räumen	536
§ 4. Der BANACHSche Fixpunktsatz und einige Anwendungen	553

Anhang

I. Die Länge eines Kurvenbogens	565
II. Ein Beispiel von STEINHAUS	569
III. Einige Zusatzbemerkungen über konvexe Funktionen	570

Literaturverzeichnis	577
--------------------------------	-----

Namenregister	584
-------------------------	-----

Sachregister	585
------------------------	-----