

# INHALT

## TEIL III:

### Projektive Verwandtschaften

ZENTRALE PROJEKTION EINER EBENE AUF EINE ZWEITE EBENE .....	1
98. Geometrische Einführung der Zentralprojektion .....	1
99. Bildkonstruktion .....	3
100. Bild einer geraden Linie .....	6
101. Abbildung einer Strecke .....	8
102. Abbildung von Flächenstücken .....	8
103. Einführung von Koordinaten .....	9
104. Analytische Behandlung der Gesetze der Zentralprojektion .....	11
a) Bild eines Punktes .....	11
b) Bild einer Geraden .....	12
c) Doppelverhältnis eines Punktquadrupels .....	12
d) Doppelverhältnis eines Geradenquadrupels .....	14
e) Gesetze der Zentralprojektion .....	15
105. Ebene Perspektive .....	16
106. Abbildung eines beliebigen Vierecks in ein Quadrat .....	18
107. Vollständiges Viereck .....	19
108. Freie Perspektive .....	20
109. Allgemeine analytische Behandlung der Zentralprojektion .....	24
PROJEKTIVE VERWANDTSCHAFT ZWEIER EBENEN .....	25
110. Abbildungsgleichung der projektiven Verwandtschaft .....	25
111. Normalformen der Abbildungsgleichung .....	28
a) Allgemeine Form der Abbildungsgleichung .....	28
b) Reguläre und entartete projektive Verwandtschaften .....	28
c) Erste Normalform der Abbildungsgleichung .....	28
d) Zweite Normalform der Abbildungsgleichung .....	30
112. Gesetze der projektiven Verwandtschaft .....	32
a) Bild eines Punktes .....	32
b) Bild einer Geraden .....	33
c) Doppelverhältnis eines Punktquadrupels .....	33
d) Doppelverhältnis eines Geradenquadrupels .....	34
e) Gesetze der projektiven Verwandtschaft .....	35
113. Projektive Punktreihen .....	36
114. Projektive Geradenbüschel .....	39
115. Perspektivische Verwandtschaft .....	41

116. Bestimmung der projektiven Verwandtschaft durch vier Punktpaare. Rechnerische Behandlung .....	45
117. Konstruktive Behandlung der projektiven Verwandtschaft .....	48
a) Erste Konstruktion .....	48
b) Netzkonstruktion .....	49
118. Umkehrung der projektiven Verwandtschaft .....	50
119. Gruppeneigenschaft der projektiven Verwandtschaft .....	51

## PROJEKTIVE KREISBILDER .....

120. Zentralprojektion des Kreises .....	52
a) Hyperbel als Kreisbild .....	52
b) Parabel als Kreisbild .....	54
c) Ellipse als Kreisbild .....	55
121. Konstruktive Behandlung der Kreisbilder .....	57
122. Projektives Bild des Einheitskreises .....	60
123. Brennpunkte und Leitlinien .....	61
124. Projektive Bilder von Kegelschnitten .....	63
125. Erzeugnis projektiver Geradenbüschel .....	64
a) Ein Beispiel .....	64
b) Erzeugnis projektiver Geradenbüschel .....	65
126. Kegelschnitt durch fünf Punkte .....	69
127. Sätze von Pascal und von Brianchon .....	71
a) Erster Beweis des Satzes von Pascal .....	71
b) Zweiter Beweis. Satz von Brianchon .....	73
c) Dritter Beweis des Satzes von Pascal .....	76

## PROJEKTIVE VERWANDTSCHAFT ZWEIER RÄUME.....

128. Abbildungsgleichung der Projektivität zwischen zwei Räumen. Normalformen der Abbildungsgleichung .....	78
a) Allgemeine Form der Abbildungsgleichung .....	78
b) Erste Normalform der Abbildungsgleichung .....	79
c) Zweite Normalform der Abbildungsgleichung .....	80
129. Gesetze der projektiven Verwandtschaft.....	81
a) Abbildung von Geraden .....	81
b) Abbildung einer Ebene .....	82
c) Doppelverhältnis von vier Ebenen.....	82
d) Gesetze der projektiven Verwandtschaft .....	83
130. Projektive Punktreihen, Geradenbüschel und Ebenenbüschel .....	84
a) Projektive Punktreihen .....	84
b) Projektive Geradenbüschel .....	85
c) Projektive Ebenenbüschel .....	85
131. Die perspektivische Raumverwandtschaft .....	86
132. Bestimmung der projektiven Verwandtschaft durch fünf Punktpaare .....	89
133. Konstruktive Behandlung der projektiven Verwandtschaft .....	91
134. Umkehrung der projektiven Verwandtschaft .....	93
135. Gruppeneigenschaft der projektiven Raumverwandtschaft .....	95

PROJEKTIVE ABBILDUNG DER QUADRIKEN .....	97
136. Projektive Bilder von Quadriken. Klassifikation der Quadriken .....	97
137. Projektives Bild der Einheitskugel .....	100
138. Perspektivisches Bild der Kugel .....	101
139. Das Erzeugnis projektiver Ebenenbüschel .....	102
a) Gleichung des Ebenenbüschels .....	102
b) Büschel von parallelen Ebenen .....	103
c) Erzeugnis projektiver Ebenenbüschel .....	103
d) Sätze von Pascal und Brianchon auf dem Regulus .....	105
140. Erzeugnis korrelativer Geraden- und Ebenenbündel .....	106
a) Vektorenbündel .....	106
b) Geradenbündel .....	108
c) Ebenenbündel .....	108
d) Erzeugnis korrelativer Bündel .....	108
141. Projektive Abbildung von Kegelschnitten und Quadriken auf sich selbst ...	112
a) Projektive Abbildung von Kreisen auf sich selbst .....	112
b) Perspektivische Abbildung von Kegelschnitten auf sich selbst .....	114
c) Projektive Abbildung der Kugel auf sich selbst .....	115
d) Perspektivische Abbildung einer Quadrik auf sich selbst .....	116