

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	9
--------------------	---

I. Les fondements de la géométrie projective

§	1. Définition des éléments à l'infini	27
§	2. Les formes élémentaires de la géométrie projective	31
§	3. Opérations projectives fondamentales	31
§	4. Les axiomes d'ordre de la géométrie projective	34
§	5. Rapport simple et rapport anharmonique	38
§	6. Correspondances projectives des droites	43
§	7. Le quadrangle complet	47
§	8. Figures planes perspectives	49
§	9. Quadruples harmoniques	54
§	10. L'axiome de continuité de DEDEKIND	59

II. Géométrie projective de la droite

§	11. Systèmes de points harmoniques	65
	Coordonnées projectives sur la droite	70
§	12. Théorème fondamental des correspondances projectives ...	71
§	13. Correspondances projectives de la droite sur elle-même ...	73
§	14. Involutions	76
§	15. Correspondances hyperboliques et paraboliques de la droite	81
§	16. Représentation des correspondances projectives par produit d'involutions	85
§	17. Correspondances permutablees	86
§	18. Les groupes elliptiques monomiaux de la droite	92
§	19. Équivalence des correspondances	96
§	20. Affinités de la droite	99
§	21. Représentation analytique des correspondances projectives de la droite	101
	Opérations fondamentales sur les points de la droite .	105
§	22. Transformations linéaires	106
§	23. Définition du rapport anharmonique par coordonnées projectives	108
§	24. Coordonnées homogènes	110

III. Géométrie projective du plan

§	25. Structure du plan projectif	112
§	26. Correspondances projectives du plan	121
§	27. Correspondances projectives du plan sur lui-même	128
§	28. Théorème du point fixe du plan projectif	130
§	29. Éléments invariants associés	133

30.	Classification des correspondances projectives du plan	135
31.	Collinéations permutableables avec une involution elliptique	140
32.	Affinités du plan	142
33.	Similitudes du plan	144
34.	Réciprocités du plan	145
35.	Polarités du plan	150
36.	Classification des polarités du plan	154
37.	Collinéations permutableables avec les polarités elliptiques du plan	157
38.	Collinéations permutableables avec une polarité hyperbolique du plan	159
39.	Sur les correspondances projectives de la gerbe	162
40.	Coordonnées homogènes dans le plan	163
41.	Transformations linéaires des coordonnées dans le plan	169
42.	Représentation analytique des collinéations du plan	173
43.	Représentation analytique des correspondances corrélatives et polaires du plan	177

IV. Géométrie projective de l'espace

44.	Structure de l'espace projectif	180
45.	Correspondances projectives de l'espace	184
46.	Les perspectives de l'espace	190
47.	Collinéations axiales de l'espace	193
48.	Collinéations biaxiales de l'espace	198
49.	Collinéations involutives de l'espace	204
50.	Collinéations de l'espace possédant un nombre fini d'éléments invariants	205
51.	Collinéations de l'espace permutableables avec une polarité elliptique d'un plan invariant	208
52.	Affinités et similitudes de l'espace	210
53.	Réciprocités de l'espace	212
54.	Polarités de l'espace	214
55.	Classification des polarités de l'espace	217
56.	Coordonnées homogènes dans l'espace	225
57.	Transformations linéaires des coordonnées homogènes dans l'espace	229

V. Coniques

58.	Propriétés projectives du cercle	235
59.	Définition des coniques	237
60.	Propriétés projectives des coniques	242
61.	Théorème de PASCAL	246
62.	Théorème de DESARGUES	249
63.	Faisceaux de coniques	251
64.	Correspondances projectives des coniques	256
65.	Correspondances projectives des coniques sur elles-mêmes	258
66.	Quadruples de points harmoniques et coordonnées projectives sur la conique	268
67.	Coniques dans le plan affine et dans le plan euclidien	271
	Cercle	273
	Ellipse, hyperbole et parabole	274
68.	Représentation analytique des coniques par des coordonnées homogènes	277
69.	Représentation analytique des coniques par des coordonnées parallèles	282

VI. Quadriques

	70. Cônes du second ordre	285
	71. Cônes et cylindres dans les espaces affine et euclidien.....	288
	72. Définition des quadriques	290
	73. Construction projective des quadriques	292
	74. Quadriques réglées	300
	75. Quadriques réglées dans les espaces affine et euclidien ...	307
	76. Sur la structure des quadriques réglées	311
	77. Correspondances projectives des quadriques réglées	313
	78. Quadriques elliptiques	316
	79. Quadriques elliptiques dans l'espace affine et euclidien....	321
	80. Correspondances projectives des quadriques elliptiques.....	323
	81. Caractérisation des correspondances projectives des quadri- ques elliptiques	326
	Projection stéréographique	326
	Théorème de DARBOUX	328
§	82. Symétries d'une quadrique elliptique (anti-involutions).....	330
§	83. Correspondances homographiques d'une quadrique elliptique	331
	Homographies elliptiques et involutions	332
	Homographies hyperboliques	334
	Homographies loxodromiques	335
	Homographies paraboliques	335
§	84. Sur les sous-groupes du groupe homographique	338
§	85. Représentation des homographies par des involutions et des anti-involutions	340
§	86. Sections planes des quadriques elliptiques	344
§	87. Théorème du point fixe des correspondances homographiques	346
§	88. Représentation analytique des cônes du second ordre.....	348
§	89. Représentation analytique des quadriques au moyen des coordonnées homogènes	350
§	90. Représentation analytique des quadriques au moyen des coordonnées parallèles	354
§	91. Représentation analytique des homographies	356
	Transformations linéaires à coefficients réels	364
	Les rotations de la sphère	365
	Représentation analytique des anti-involutions	368

VII. Mesure projective

§	92. Groupe des correspondances congruentes du plan euclidien	370
§	93. Groupes des congruences du plan projectif	373
	Mesure elliptique	373
	Mesure hyperbolique	375
	Mesure parabolique.....	379
§	94. Géométrie plane elliptique	382
	Théorèmes de congruence	382
	Modèle sphérique de la géométrie plane elliptique.....	386
§	95. Géométrie plane hyperbolique	387
	Lignes remarquables du plan hyperbolique	387
	Modèle de POINCARÉ de la géométrie plane hyperbolique	389
	Image des géométries euclidiennes et non-euclidiennes sur les quadriques elliptiques	391
§	96. Mesure d'angle et de distance euclidienne	392
	Distance de deux points	392
	Longueur de l'arc et mesure absolue de l'angle.....	393
	Fonctions trigonométriques et hyperboliques	394
	Sur la géométrie analytique du plan et de l'espace euclidien	396

§ 97.	Expression analytique de la mesure projective	399
	Mesure hyperbolique de la distance	399
	Mesure projective de l'angle	402
	Mesure elliptique de la distance	405
	Relation entre la géométrie elliptique et la géométrie sphérique.....	406
	Trigonométrie elliptique.....	408
	Angle de parallélisme de la géométrie hyperbolique ...	411
§ 98.	Géométrie projective complexe	413
	Droite projective complexe.....	413
	Plan projectif complexe	417
	Mesure de l'angle de LAGUERRE	421
§ 99.	Coordonnée complexe dans le plan hyperbolique	424
§ 100.	Mesure projective dans l'espace	431
§ 101.	Géométrie elliptique de l'espace	433
§ 102.	Géométrie hyperbolique de l'espace	440

VIII. Sur les axiomes de la géométrie projective

§ 103.	Axiomes d'incidence de la géométrie projective	444
	Système d'axiomes de BIEBERBACH	445
	Indépendance du système d'axiomes	448
	Géométrie projective finie.....	450
§ 104.	Groupe élargi des axiomes d'incidence	452
	Système d'axiomes de VEULEN	452
	Géométrie projective de l'espace à n dimensions.....	458
	Axiomes de FANO	459
§ 105.	Théorème de DESARGUES	459
	Le théorème de DESARGUES et la géométrie plane....	459
	Le théorème de DESARGUES et la géométrie de l'espace	464
	Théorème de HILBERT	467
§ 106.	Corps de la géométrie projective	467
	Addition et multiplication des points	467
	La commutativité de la multiplication et le théorème de PAPPUS	471
	Corps algébrique	472
	Géométrie projective de l'espace sur un corps donné...	474
§ 107.	Théorème de PAPPUS	480
	Représentation des correspondances projectives des droites par des perspectives	480
	Théorèmes équivalents au théorème de PAPPUS	484
	Théorèmes de PAPPUS et de DESARGUES	486
§ 108.	Axiome d'ARCHIMÈDE.....	491
	Théorème fondamental des correspondances projectives de la droite	491
	Théorème de LÜROTH—ZEUTHEN	494
	Corps ordonné	497
	Exemple de corps non archimédéen.....	497
§ 109.	Groupes et espaces topologiques	498
	Espaces topologiques	498
	Groupes topologiques	504
§ 110.	Systèmes de nombres hypercomplexes	506
§ 111.	Les fondements de la géométrie projective réelle et complexe	510
	Bibliographie	519
	Index	521