

SOMMAIRE

EXPOSE I : "PREFAISCEAUX, par A. Grothendieck et J.L. Verdier

0.	Univers	1
1.	U-catégories. Préfaisceaux d'ensembles	4
2.	Limites projectives et inductives	9
3.	Propriétés d'exactitude de la catégorie des préfaisceaux	18
4.	Cribles	20
5.	Fonctorialité des catégories de préfaisceaux	22
6.	Foncteurs fidèles et foncteurs conservatifs	38
7.	Sous-catégories génératrices et cogénéatrices	45
8.	Ind-objets et pro-objets	61
8.1.	Foncteurs cofinaux et sous-catégories cofinales	61
8.2.	Ind-objets et foncteurs ind-représentables	67
8.3.	Caractérisation des foncteurs ind-représentables	74
8.4.	Ind-objets constants, essentiellement constants	79
8.5.	Limites inductives filtrantes dans $\text{Ind}(C)$	80
8.6.	Extension d'un foncteur aux ind-objets	83
8.7.	Le foncteur $\varinjlim_C: \text{Ind}(C) \rightarrow C$. Caractérisations universelles de la catégorie $\text{Ind}(C)$	88
8.8.	Représentation indicielle d'un foncteur $J \rightarrow \text{Ind}(C)$	100
8.9.	Propriétés d'exactitude de $\text{Ind}(C)$	108
8.10.	Notions duales : proobjets, foncteurs pro-représentables	119
8.11.	Ind-adjoints et pro-adjoints	123
8.12.	Ind-objets et pro-objets stricts. Application à un critère de représentabilité	127
8.13.	Foncteurs pro-représentables et foncteurs accessibles	136
9.	Foncteurs accessibles, filtrations cardinales et construction de petites sous-catégories génératrices	138
10.	Glossaire	179
	Appendice : Univers (par N. Bourbaki)	185

EXPOSE II : "TOPOLOGIES ET FAISCEAUX", par J.L. Verdier

1.	Topologies, Familles couvrantes, Prétologies	219
2.	Faisceaux d'ensembles	223
3.	Faisceau associé à un préfaisceau	228
4.	Propriétés d'exactitude de la catégorie des faisceaux	235

5. Extension d'une topologie de C à C^\wedge	251
6. Faisceaux à valeurs dans une catégorie	257

EXPOSE III : "FONCTORIALITE DES CATEGORIES DE FAISCEAUX", par J.L. Verdier

1. Foncteurs continus	265
2. Foncteurs cocontinus	278
3. Topologie induite	283
4. Lemme de comparaison	288
5. Localisation	293

EXPOSE IV : "TOPOS", par A. Grothendieck et J.L. Verdier

0. Introduction	299
1. Définition et caractérisation des topos	302
2. Exemples de topos	311
2.1. Topos associé à un espace topologique	311
2.2. Topos ponctuel ou final, et topos vide ou initial	313
2.3. Topos associé à un espace à opérateurs	314
2.4. Topos classifiant d'un Groupe	315
2.5. "Gros site" et "Gros topos" d'un espace topologique. Topos classifiant d'un groupe topologique	316
2.6. Topos de la forme \hat{C}	318
2.7. Topos classifiant d'un pro-groupe	319
2.8. Exemple d'un faux topos.	322
3. Morphismes de topos.	323
4. Exemples de morphismes de topos	332
4.1. Le topos $\text{Top}(X)$ pour un espace topologique X variable	333
4.2. Propriétés de fidélité de $X \mapsto \text{Top}(X)$	336
4.3. Morphismes dans le topos final : objets constants d'un topos ; foncteurs sections	339
4.4. Morphismes du "topos vide"	342
4.5. Le topos classifiant B_G pour G groupe variable	343
4.6. Le topos \hat{C} pour C catégorie variable	346
4.7. Le topos C^\sim pour un site C variable (foncteurs cocontinus).	350
4.8. Le morphisme de topos $C^\sim \rightarrow \hat{C}$ pour un site C	353
4.9. Effet d'un foncteur continu de sites. Morphismes de sites.	354
4.10. Relations entre le petit et le gros topos associés à un espace topologique X	358
5. Topos induit	365

6.	Points d'un topos et foncteurs fibres	384
7.	Exemples de foncteurs fibres et de points de topos	402
7.1.	Cas de $\text{Top}(X)$ pour un espace topologique X	402
7.2.	Points d'un topos classifiant B_G	407
7.3.	Points des topos \hat{C} , exemples de U -topos \hat{C} dont la catégorie des points ne soit pas équivalente à une petite catégorie	411
7.4.	Topos non vides sans points	412
7.5.	Catégories Karoubiennes et morphismes de topos.(exercice)	413
7.6.	Morphismes essentiels de topos, points essentiels (exercice)	414
7.7.	Points inhabituels d'un topos classifiant (exercice)	417
7.8.	Topologie sur $\text{Point}(E)$, et topos associés aux ensembles ordonnés (exercice)	417
8.	Localisation. Ouverts d'un topos	420
9.	Sous-topos et recollement de topos	431
10.	Faisceaux de morphismes	491
11.	Topos annelés, localisation dans les topos annelés	496
12.	Opérations sur les modules	501
13.	Morphismes de topos annelés	508
14.	Modules sur un topos défini par recollement	515
	Index terminologique	520
	Index des notations	524