

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.

Die Zahlkörper.

	Seite
Nr. 1. Algebraische Zahlen; ihre reale Existenz.	1—3
Nr. 2 u. 3. Sie bilden einen Zahlkörper	3—7
Nr. 4. Begriff des Zahlkörpers; Unter- und Oberkörper; der Körper R aller rationalen Zahlen ist in jedem andern enthalten. Produkt von Körpern. Rationalitäts- und Integritätsbereich; Zahlen, welche in bezug auf einen Rationalitätsbereich \mathfrak{R} algebraisch sind	7—11
Nr. 5. Irreduktile Funktionen und Gleichungen und ihre einfachsten Eigenschaften	11—14
Nr. 6. Die in \mathfrak{R} rationale Gleichung niedrigsten Grades n , der eine Zahl α genügt, ist irreduktibel und eindeutig bestimmt. Der aus α erzeugte Körper $K(\alpha; \mathfrak{R})$, repräsentiert durch die allgemeine Form $\zeta = r_0 + r_1 \alpha + r_2 \alpha^2 + \dots + r_{n-1} \alpha^{n-1}$ seiner Zahlen	14—15
Nr. 7. Rational in \mathfrak{R} unabhängige Zahlen. Ein Determinantensatz und seine Verallgemeinerungen. Bedingung für die Unabhängigkeit von n Zahlen, welche linear durch n andere ausgedrückt sind	15—19
Nr. 8. Endliche Körper n^{ten} Grades; eine Basis $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ eines solchen; die Formel $\zeta = r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2 + \dots + r_n \omega_n,$ welche seine Zahlen repräsentiert. Jede solche Zahl ist eine in \mathfrak{R} algebraische Zahl; ihre charakteristische Gleichung n^{ten} Grades; die Spur $S(\zeta)$, die Norm $N(\zeta)$, einfachste Eigenschaften derselben; die Diskriminante $\Delta(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n)$ von n Zahlen, ihr Zusammenhang mit derjenigen der Basis, ihr Nichtverschwinden Bedingung dafür, daß die ζ_i eine Basis des Körpers ausmachen.	19—26
Nr. 9. Die Substitutionen eines Zahlkörpers, konjugierte Zahlen und Körper; der Körper $K(\alpha; \mathfrak{R})$ hat n Substitutionen; Galoissche Körper.	26—30

Nr. 10.	Der aus zwei Körpern $K(\alpha; \mathfrak{K})$, $K(A; \mathfrak{K})$ zusammengesetzte Körper und sein Grad	30—32
Nr. 11.	Allgemeiner Satz über m -wertige Zahlen. Der zusammengesetzte Körper hat die gleiche Form $K(\beta; \mathfrak{K})$ wie seine Komponenten	33—34
Nr. 12.	Jeder in \mathfrak{K} endliche Körper hat die Gestalt $K(A; \mathfrak{K})$.	34—36
Nr. 13.	Seine Beziehung zu irgend einem seiner Unterkörper. Die Spur $S(\xi)$ ist die Summe, die Norm $N(\xi)$ das Produkt aller Konjugierten von ξ	36—38
Nr. 14.	Die Differentiale $\partial(\xi)$, die Diskriminante $\Delta(\xi)$ einer Zahl: ihr Nichtverschwinden die Bedingung dafür, daß ξ eine Erzeugende ist	38—41
Nr. 15.	Zusammenhang zwischen der Diskriminante der den Körper $K(A; \mathfrak{K})$ Erzeugenden A und ihrer Relativdiskriminante mit Bezug auf einen seiner Unterkörper .	41—43
Nr. 16.	Komplementäre Basen und Beziehungen zwischen ihnen.	43—47
Nr. 17.	Sätze über den aus allen Konjugierten eines Körpers zusammengesetzten Körper, über einwertige Zahlen und symmetrische Funktionen der Konjugierten	47—49

Zweites Kapitel.

Die Moduln.

Nr. 1.	Definition eines Zahlenmodulus. Größter gemeinsamer Teiler, kleinstes gemeinsames Vielfache zweier Moduln.	49—54
Nr. 2.	Produkt von Moduln, Multiplikationssätze, u. a. die Formeln	

$$(\alpha + \beta)c = \alpha c + \beta c,$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)(\beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha\beta) = (\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)(\alpha + \beta).$$

Der Quotient $\frac{\beta}{\alpha}$ zweier Moduln; der Quotient $\frac{\alpha}{\alpha}$ ist

„eine Ordnung“ ϱ 54—57

Nr. 3.	Zahlenkongruenzen in bezug auf einen Zahlenmodulus: $\alpha \equiv \beta \pmod{m}$. Einteilung der Zahlen eines Modulus a in Klassen kongruenter Zahlen \pmod{b} , die Anzahl (a, b) dieser Klassen und die Formeln	
--------	--	--

$$(a, b) = (a, a - b) = (a + b, b)$$

und für $c \succ b \succ a$:

$$(a, c) = (a, b)(b, c).$$

Auflösung der Kongruenzen $\omega \equiv \varrho \pmod{a}$, $\omega \equiv \sigma \pmod{b}$; Bedingung der Möglichkeit: $\varrho \equiv \sigma \pmod{a + b}$, Lösung: $\omega \equiv \omega_0 \pmod{a - b}$ 57—62

Nr. 4.	Endliche Moduln $m = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n]$. Sätze über Produkt, größten gem. Teiler, kleinstes gem. Vielfache zweier endlichen Moduln	62—66
--------	--	-------

	Seite
Nr. 5. Jeder endliche Moduln hat eine irreduktible (aus unabhängigen Zahlen bestehende) Basis; n -gliedrige Moduln; Bildung aller Basen eines solchen aus einer von ihnen	66—68
Nr. 6. Zusammenhang zwischen zwei Moduln m, m' , zwischen deren Basen lineare Gleichungen bestehen; Beziehung zwischen (m, m') , (m', m) und der Determinante dieser Gleichungen	69—74

Drittes Kapitel.

Divisorensysteme. Höhere Kongruenzen.

Nr. 1. Definition eines Divisoren- oder Modulsystems $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$. Das System $\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)\}$, wo $f_i(x)$ eine ganze Funktion von x mit beliebigen Zahlenkoeffizienten; Herleitung der Sätze über gemeinsame Teiler solcher Funktionen und ihre eindeutige Zerlegbarkeit in Primfunktionen.	74—81
Nr. 2 u. 3. Das Modulsystem $\{p, f(x)\}$ für den Fall ganzzahliger Funktionen; es ist „zweiter Stufe“. Herleitung der Sätze über gemeinsame Teiler solcher Funktionen und ihre eindeutige Zerlegbarkeit in Primfunktionen in bezug auf einen Primzahlmodul p . Gemeinsamer Teiler einer Funktion und ihrer Abgeleiteten (mod. p)	81—90
Nr. 4. Die ganzen, ganzzahligen Funktionen $\omega = f(x)$ von der Wurzel einer (mod. p) irreduktibeln Funktion $P(x)$ vom Grade n ; sie zerfallen in p^n Klassen kongruenter Zahlen (mod. p). Der Fermatsche Satz $\omega^{p^n} \equiv \omega$ (mod. p). Satz über die höchste Anzahl Wurzeln einer Kongruenz (mod. p).	90—96
Nr. 5. Zerlegung von $x^{p^n} - x$ in Primfunktionen (mod. p); Anzahl (n) der inkongruenten Primfunktionen n^{ten} Grades (mod. p) und ihr Produkt	96—101
Nr. 6. Jede Zahl ω gehört zu einem Exponenten (mod. p), der ein Teiler von $p^n - 1$; zu jedem Teiler δ von $p^n - 1$ gehören $\varphi(\delta)$ inkongruente ω . Jede Zahl ω paßt zu einem Exponenten, der ein Teiler von n ist; zu jedem Teiler d von n passen $g(d) = d \cdot \delta$ inkongruente ω	101—105
Nr. 7. Die Vergleichung zwischen der Gruppierung der Zahlen nach dem Exponenten, zu dem sie gehören, und nach demjenigen, zu welchem sie passen, gibt ihre Verteil-	

	lung auf die verschiedenen Primfaktoren von $x^{p^n} - x$ (mod. p)	105—109
Nr. 8.	Satz von Hensel über die Bedingung, daß eine ganze ganzzahlige Funktion von x, y, z, \dots für alle ganz- zahligen Werte dieser Größen durch p teilbar sei . .	109—111

Viertes Kapitel.

Die ganzen algebraischen Zahlen.

Nr. 1.	Teiler einer ganzen algebraischen Zahl. Einheiten, assozierte Zahlen. Im Gebiet aller ganzen algebraischen Zahlen herrscht unbegrenzte Zerlegbarkeit	111—115
Nr. 2.	Die ganzen algebraischen Zahlen des Rationalitätsbe- reiches eines Körpers	115—118
Nr. 3.	Beschränkung auf Körper n^{ten} Grades, deren Rationa- litätsbereich derjenige der rationalen ganzen Zahlen ist. Die Gesamtheit g seiner ganzen Zahlen ist eine Ordnung. Spur, Norm, Diskriminante jeder Zahl in g ist eine rationale ganze Zahl. Einheiten in g . Zerleg- barkeit jeder Zahl in g in eine endliche Anzahl un- zerlegbarer Faktoren, doch nicht immer auf eindeutige Weise	118—122
Nr. 4.	Der Begriff des Ideals. Jedes Ideal ist ein n -gliedriger Modulus. Hilfssatz: in allen Körpern n^{ten} Grades sind nur endlich viel ganze Zahlen, die mit ihren Konju- gierten einen gegebenen Wert nicht übersteigen. Die Formel $g = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n]$	122—128
Nr. 5.	Die Diskriminante $\Delta(m)$ eines Modulus m in g ; die Diskriminante $\Delta(g)$ (die sogenannte Grundzahl D des Körpers) ist gemeinsamer Teiler aller $\Delta(m)$; Vor- zeichen von D	128—131
Nr. 6.	Die aus zwei Moduln a, b in g gebildeten Moduln $a + b, a - b, ab, \frac{b}{a}$; für jede „Ordnung \mathfrak{o} in g “ ist $g\mathfrak{o} = g$; der Führer $\mathfrak{f} = \frac{\mathfrak{o}}{g}$ der Ordnung \mathfrak{o} ; er ist ein Ideal, das jedes andere in \mathfrak{o} enthaltene Ideal in sich enthält	131—134
Nr. 7.	Die Norm $\mathfrak{N}(a) = (g, a)$ eines Modulus a in g ; $\mathfrak{N}(g\gamma) = \pm N(\gamma)$	134—136

Fünftes Kapitel.

Die Entwicklung der Theorie am Beispiel des quadratischen Körpers erläutert.

- Nr. 1. Der quadratische Körper; seine Grundzahl D:

$$\mathfrak{g} = \left[1, \frac{D + \sqrt{D}}{2} \right]. \dots \dots \dots 136-140$$
- Nr. 2. Gauß' komplexe Zahlen $x + y\sqrt{-1}$ als frühestes Beispiel eines algebraischen Zahlkörpers; Jacobi und Eisenstein untersuchen gleicherweise die Zahlen $x + y\epsilon$, ϵ kubische Einheitswurzel; weiterer Fortgang in dieser Richtung durch Dirichlet und Kummer führt auf den Umstand mehrdeutiger Zerlegbarkeit 140-143
- Nr. 3. Erläuterung der idealen Zahlen Kummers, die hier Abhilfe schaffen, am quadratischen Körper 144-150
- Nr. 4. Versuche der Ausdehnung seiner, für den Kreisteilungskörper gültigen Theorie auf andere Körper. Die Grundsätze der Theorie von Selling; Zolotareff . 150-153
- Nr. 5. Zusammenhang der Theorie der ganzen algebraischen Zahlen mit derjenigen der zerlegbaren Formen; Arbeiten von Dirichlet und Eisenstein 153-156
- Nr. 6. Überwindung der im allgemeinen Fall auftretenden Schwierigkeiten durch Dedekinds Idealbegriff; der algebraische Divisor Kroneckers 156-160

Sechstes Kapitel.

Die Arithmetik der Körperideale.

- Nr. 1. Der größte gem. Teiler, das kleinste gem. Vielfache, das Produkt zweier Ideale ist wieder ein Ideal. Jeder Faktor eines Ideals ist auch ein Teiler: ob auch umgekehrt? 160-162
- Nr. 2. Die Frage bejaht sich bei Beschränkung auf Hauptideale. Äquivalente Ideale; Klassen äquivalenter Ideale, einfachste Äquivalenzsätze. Nur das Ideal \mathfrak{g} enthält die Eins, endlich viel Ideale eine gegebene rationale ganze Zahl; jedes Ideal hat eine endliche Anzahl Teiler. . 162-168
- Nr. 3. Die Frage in Nr. 1 kommt zurück auf den Kernsatz: daß für jedes Ideal \mathfrak{j} ein anderes \mathfrak{j}' vorhanden ist, für welches $\mathfrak{j}\mathfrak{j}'$ ein Hauptideal. Sein Zusammenhang mit Gauß' Funktionalsatz Disqu. Arith. art. 42. Beweis des letztern, seine Verallgemeinerung nach Dedekind. Aus einem speziellen Fall des verallgemeinerten Satzes fließt (Hurwitz) der Beweis des Kernsatzes 168-174

Nr. 4.	Ein Hilfssatz zur Herleitung der besagten Verallgemeinerung und dessen zwiefache Deutung. Die erstere liefert einen Beweis des Funktionalatzes	174—178
Nr. 5.	Ein zweiter Beweis (Dedekind) auf Grund der Modultheorie	178—182
Nr. 6.	Neuer Beweis und Erweiterung der so gewonnenen Resultate durch Hurwitz; Satz von Mertens . . .	182—186
Nr. 7.	Direkter Beweis des Kernsatzes auf Grund der zweiten Deutung des Hilfssatzes in Nr. 4.	186—190
Nr. 8.	Hurwitz' Herleitung desselben aus einer dem Euclidischen Algorithmus ähnlichen Quelle. Endliche Anzahl der Idealklassen	190—195
Nr. 9.	Äquivalenzsätze, welche hieraus folgen	195—198
Nr. 10.	Größter gemeinsamer Teiler algebraischer ganzer Zahlen, relative Primzahlen und auf sie bezügliche Teilbarkeitsätze	198—200
Nr. 11.	Identität von Faktor und Teiler eines Ideals. Sätze über relativ prime Ideale, größten gem. Teiler und kleinstes gem. Vielfache mehrerer Ideale	200—204
Nr. 12.	Primideale; Teilbarkeit durch ein solches. Jedes Ideal hat einen Primidealteiler; eindeutige Zerlegbarkeit in Primidealfaktoren	204—207
Nr. 13.	Zerlegung der Zahlen; ideale Zahlen	207—209
Nr. 14.	Sämtliche Teiler eines Ideals, ihre Anzahl. Bildung des größten gemeinsamen Teilers, des kleinsten gemeinsamen Vielfachen zweier Ideale aus deren Zerlegungen. Gemeinsamer Teiler einer Zahl und eines Ideals	209—213
Nr. 15.	Kongruenzen in bezug auf einen Idealmodulus. Lösung gleichzeitiger Kongruenzen $\omega \equiv \alpha \pmod{a}$, $\omega \equiv \beta \pmod{b}$, $\omega \equiv \gamma \pmod{c}$, . . . für relativ prime Ideale a, b, c, \dots . Vollständiges, reduziertes Restsystem $\pmod{m = abc \dots}$; die Formel $\varphi(m) = \varphi(a)\varphi(b)\varphi(c) \dots$ für die Gliederanzahl des letztern	213—217
Nr. 16.	Existenz einer Zahl ω in \mathfrak{g} , für welche $a\bar{b} + g\omega = a$, $a\bar{b} - g\omega = b\omega$. Für zwei beliebige Ideale a, b ist $\mathfrak{R}(a\bar{b}) = \mathfrak{R}(a) \cdot \mathfrak{R}(b)$. Ausdruck für $\varphi(m)$ mittels der Idealfaktoren von m	217—221
Nr. 17.	Andere Formulierung der Existenz der Zahl ω . Jedes Ideal ist größter gem. Teiler zweier Hauptideale: $\{\alpha, \omega\}$. Beweis nach Hurwitz. Bedingung für die Gleichheit von $\{\alpha, \omega\}$ und $\{\alpha', \omega'\}$	221—225
Nr. 18.	Kongruenzen nach einem Primidealmodulus p . Die in p enthaltene Primzahl p ; Grad f von p , definiert	

	Seite
durch $\mathfrak{N}(\mathfrak{p}) = p^f$. Dieser Grad ist auch die größte Anzahl (mod. \mathfrak{p}) unabhängiger Basiszahlen von \mathfrak{p} . . .	225—229
Nr. 19. Fermatscher Satz für den Fall eines Primidealmodulus \mathfrak{p}	229—231
Nr. 20. Höchste Anzahl Wurzeln einer Kongruenz nach solchem Modulus. Zwei neue Definitionen für f	231—235
Nr. 21. Theorie der höheren Kongruenzen in bezug auf einen Primidealmodulus \mathfrak{p}	235—240
Nr. 22. Ist $P(x) \equiv 0 \pmod{\mathfrak{p}}$ eine (mod. \mathfrak{p}) irreduktible Kongruenz f^{ten} Grades, so gibt es eine Wurzel ϱ derselben, für welche $P(\varrho)$ durch \mathfrak{p} aber nicht durch \mathfrak{p}^2 aufgeht; jede Zahl in \mathfrak{g} ist einer ganzen, ganzzahligen Funktion von ϱ kongruent (mod. \mathfrak{p}^m) und es ist	
$\mathfrak{p} = \{p, P(\varrho)\}$	240—246

Siebentes Kapitel.

Von den Diskriminantenteilern.

Nr. 1. Index einer ganzen Zahl des Körpers; die Grundzahl gemeinsamer Teiler all' ihrer Diskriminanten; wesentliche und außerwesentliche Primateiler; Grund, weshalb die Theorie der höheren Kongruenzen zur Begründung der Idealtheorie nicht ausreichte	247—249
Nr. 2. Hilfsbetrachtungen über ganze Funktionen von Unbestimmten und ihre Zerlegung (mod. \mathfrak{p})	250—251
Nr. 3. Inhalt einer Form. Satz über den Inhalt eines Produktes. Einheitsformen	251—254
Nr. 4. Norm einer Form; Einheitsformen sind Formen mit der Norm Eins. Äquivalenz von Formen	254—257
Nr. 5. Die Norm einer Form ist gleich der Norm des Ideals, das deren Inhalt bildet	257—259
Nr. 6 u. 7. Die niedrigste Kongruenz in bezug auf einen Primidealmodulus \mathfrak{p} , welcher die Fundamentalform w_0 des Körpers genügt; sie ist vom Grade der Fundamentalgleichung $F(w) = 0$; Zerlegung von $F(w)$ in Primfunktionen (mod. \mathfrak{p}); die Äquivalenz $\mathfrak{p} \sim p\mathfrak{z} + \mathfrak{F}(w_0)$; Zerlegung von \mathfrak{p} in Primidealfaktoren	259—271
Nr. 8. Bedingung, daß \mathfrak{p} gemeinsamer außerwesentlicher Teiler sei, in doppelter Fassung: nach Hensel und nach Dedekind	271—276
Nr. 9. Entscheidung darüber, ob \mathfrak{p} im Index einer Zahl aufgeht (Dedekind).	276—280
Nr. 10. Nachweis eines Körpers, in welchem ein gemeinsamer außerwesentlicher Teiler vorhanden ist (Dedekind).	280—284

	Seite
Nr. 11. Eine von Hensel gegebene Bestätigung derselben Tatsache; Satz über $p = A^2 + 27B^2$	284—287
Nr. 12. Ergänzungskörper (mod. p), Nachweis ihrer Existenz, der Ergänzungskörper niedrigsten Grades	287—292
Nr. 13. Hensels Herleitung des Satzes von Dedekind über die Zusammensetzung der Grundzahl aus Primfaktoren; seine unbestimmtere Fassung	293—295
Nr. 14. Herleitung dieser letzteren nach Dedekind	295—303
Nr. 15—18. Dedekinds Begründung des genaueren Satzes: die Ordnung	

$$o = [1, \theta, \theta^2, \dots, \theta^{n-1}]$$

und ihr Führer \mathfrak{f} ; Bedingung, daß \mathfrak{f} durch ein Primideal \mathfrak{p} nicht teilbar; es gibt eine Erzeugende θ , für welche \mathfrak{f} durch \mathfrak{p} nicht teilbar ist. — Sätze über komplementäre Moduln. — Das Grundideal; seine Norm die Grundzahl; Zusammensetzung derselben aus Primidealen bez. w . Primzahlen. Das Grundideal ist der Different der Fundamentalform äquivalent . . . 303—321

Achstes Kapitel.

Von den Einheiten.

Nr. 1. Einleitende Bemerkungen über die Dirichletsche Theorie der Einheiten.	321—323
Nr. 2. Nachweis einer Zahl ω in einer gegebenen Ordnung o , welche nebst ihren Konjugierten gewisse Ungleichheiten erfüllt.	323—329
Nr. 3. Nachweis einer Einheit ε der Ordnung mit positiver Norm von bestimmter Beschaffenheit.	329—331
Nr. 4. Nachweis eines Systems von unabhängigen Einheiten	331—333
Nr. 5. Minkowskis Begründung desselben auf einen einfachen Determinantensatz	333—335
Nr. 6. Desselben Satz von n linearen Funktionen mit n Unbestimmten als Grundlage der Einheitentheorie; sein Beweis nach Hurwitz	335—341
Nr. 7. Die Grundzahl eines (vom Bereich der rationalen Zahlen verschiedenen) Körpers ist größer als Eins; nur endlich viel Körper n^{ten} Grades haben die gleiche Grundzahl	341—345
Nr. 8. Nachweis eines Systems unabhängiger Einheiten auf Grund von Nr. 6	345—348
Nr. 9. Reduzierte Einheiten bez eines jeden solchen Systems; jede Einheit ist als Produkt rationaler Potenzen der unabhängigen darstellbar	348—353

- Nr. 10. System von Fundamenteleinheiten; die bez. reduzierten Einheiten sind die Einheitswurzeln der Ordnung; Zusammensetzung jeder Einheit aus diesen und aus ganzen Potenzen der Fundamenteleinheiten. Regulator der Ordnung 354—358
- Nr. 11. Minkowskis Bemerkung über „niedrigste Zahlen“ und ihre Benutzung zur Bestimmung aller Einheiten. 358—360

Neuntes Kapitel.

Ideale einer Ordnung und die Anzahl ihrer Klassen.

- Nr. 1. Ideale i einer Ordnung \mathfrak{o} , ihre Norm; Bedingung $i + \mathfrak{f} = \mathfrak{o}$. Größter gem. Teiler, kleinstes gem. Vielfache, Produkt zweier Ideale in \mathfrak{o} sind wieder solche. 360—365
- Nr. 2. Eindeutige Beziehung zwischen den Idealen in \mathfrak{o} und den zu \mathfrak{f} primen Körperidealen j . Nachweis daß die Begriffe „Faktor“ und „Teiler“ eines Ideals in \mathfrak{o} identisch sind; hieraus folgen die gleichen Teilbarkeitsgesetze für die Ideale in \mathfrak{o} , wie für Körperideale. 365—370
- Nr. 3. Die Äquivalenz der Ideale wird jetzt zunächst für Körperideale enger gefaßt. Einfluß auf die Anzahl der Idealklassen. In jeder Klasse ist ein Ideal, das zu einem beliebig gegebenen prim ist. 370—374
- Nr. 4. Neuer Nachweis, daß die Anzahl der Idealklassen endlich ist. 374—377
- Nr. 5. Darstellung aller Idealklassen mittels fundamentaler. 377—381
- Nr. 6. Bestimmung der Anzahl der Idealklassen des Körpers nach den analytischen Methoden von Dirichlet . . 381—390
- Nr. 7—9. Ihr Ausdruck durch die Funktion

$$Z(\lambda) = \sum_j \frac{1}{\mathfrak{N}(j)^\lambda};$$

- andere Formen und Verallgemeinerung der letzteren. 390—397
- Nr. 10. Die Äquivalenz der Ideale in \mathfrak{o} ; Klassen solcher Ideale 397—400
- Nr. 11. Bestimmung ihrer Anzahl auf analytischem Wege. . 400—404
- Nr. 12. Vergleichung derselben mit der Idealklassenanzahl des Körpers 404—407
- Nr. 13—16. Herleitung derselben Anzahl auf dem Gaußischen Wege der Zusammensetzung der Klassen 407—420

Zehntes Kapitel.

Die zerlegbaren Formen.

- Nr. 1. Definition der zerlegbaren Formen eines Körpers; ihre Diskriminante 420—423
- Nr. 2. Verhältnis derselben zur Grundzahl D des Körpers. Jede zerlegbare Einheitsform des Körpers, deren Grundzahl gleich D , entspringt einem Ideale des Körpers, und umgekehrt. 424—427
- Nr. 3. Die durch eine zerlegbare Einheitsform des Körpers darstellbaren rationalen ganzen Zahlen; Darstellungsgruppen 428—430
- Nr. 4. Jeder Idealklasse des Körpers entspricht eine bestimmte Formenklasse mit der Determinante D : ob auch umgekehrt? 430—434
- Nr. 5. Der Multiplikation der Ideale bez. w. der Zusammensetzung ihrer Klassen entspricht die Zusammensetzung jener Formen bez. w. ihrer Klassen 434—437
- Nr. 6. Jedem Ideale in \mathfrak{o} entspringt eine zerlegbare Form des Körpers mit der Diskriminante $\mathfrak{N}(\mathfrak{o})^2 \cdot D$. Nachweis, daß diese Form eine Einheitsform, auf Grund eines Dedekindschen Satzes über Ideale in \mathfrak{o} . Formen, welche Moduln entspringen; Äquivalenz von Moduln, eine Invariante der Modulklasse 437—443

Elftes Kapitel.

Unterkörper und Oberkörper.

- Nr. 1. Jedes Ideal eines Unterkörpers \mathfrak{f} stellt auch ein Ideal des Oberkörpers \mathfrak{K} dar; wann auch umgekehrt? Neue Definition der Norm eines Ideals. 443—446
- Nr. 2. Der Körper \mathfrak{K} als Relativkörper zu \mathfrak{f} ; relativ Konjugierte; Relativnorm einer Zahl, eines Ideales; Relativedifferente und Relativediskriminante einer Zahl; die Elemente des Relativkörpers, seine Relativedifferente und -diskriminante. 446—450
- Nr. 3. Zusammenhang zwischen den letzten beiden 451—452
- Nr. 4. Ihr Zusammenhang mit den Diskriminanten von \mathfrak{f} und \mathfrak{K} 452—455
- Nr. 5. Formel zwischen den Differenten von \mathfrak{f} und \mathfrak{K} und der Relativedifferente von \mathfrak{K} 455—457
- Nr. 6. Zusammensetzung der Diskriminante eines aus zwei Körpern zusammengesetzten Körpers aus den Diskriminanten jener beiden. Spezielle Fälle 457—458

Nr. 7—9. Genauere Untersuchung dieser Zusammensetzung durch Hensel für den Fall, daß der Grad des zusammengesetzten Körpers das Produkt aus den Graden der zusammensetzenden ist, auf Grund eines besonderen „Fundamentalsystems ganzer Zahlen des Körpers (mod. p)“, welches als „normales Fundamentalsystem“ charakterisiert wird	459—470
--	---------

Zwölftes Kapitel.

Der Galoissche Körper.

Nr. 1. Die erzeugende Gleichung ist eine Galoissche; die Substitutionen des Körpers bilden eine Gruppe G . Abelsche, zyklische Körper und -Relativkörper. . .	471—475
Nr. 2. Direkte Begründung der Idealtheorie eines Galoisschen Körpers \mathfrak{K} vom N^{ten} Grade nach Hilbert. . .	475—478
Nr. 3. Begründung der Idealtheorie eines beliebigen Körpers auf diejenige des Galoisschen.	478—480
Nr. 4. Die Differenten des Galoisschen Körpers ist ein „invariantes“ Ideal desselben, und seine Diskriminante die N^{te} Potenz der ersteren.	480—482
Nr. 5. Eindeutige Zuordnung zwischen den Untergruppen von G und den Unterkörpern von \mathfrak{K} . Der Zerlegungskörper \mathfrak{f}_s von \mathfrak{K} und die Zerlegungsgruppe g_s für das Primideal \mathfrak{P} . Trägheitskörper \mathfrak{f}_t und Trägheitsgruppe g_t	482—484
Nr. 6. Verhältnis zwischen g_s und g_t . Zerlegung der in \mathfrak{P} enthaltenen Primzahl p in ihre Primidealfaktoren in \mathfrak{K} . . .	484—488
Nr. 7. Beziehung zwischen irgend einer Untergruppe g und den Gruppen g_s, g_t	488—491
Nr. 8. Die Primidealfaktoren \mathfrak{p} der Primzahl p im entsprechenden Unterkörper \mathfrak{f} in Beziehung zu ihren Primidealfaktoren in \mathfrak{K}	491—499
Nr. 9. Anwendung dieser allgemeinen Betrachtung auf die Fälle $\mathfrak{f} = \mathfrak{f}_s, \mathfrak{f} = \mathfrak{f}_t$	499—501
Nr. 10. Verzweigungskörper \mathfrak{f}_s und Verzweigungsgruppe g_s ; Zerlegung von p in \mathfrak{f}_s	501—508
Nr. 11. Einmal überstrichener Verzweigungskörper \mathfrak{f}_s bez. w. -Gruppe g_s . Zerlegung von p in diesem Körper . . .	508—512
Nr. 12. Ausdehnung der Resultate auf mehrfach überstrichene Verzweigungskörper. Eleganter algebraischer Folgesatz.	512—515
Nr. 13. Die Reihe der ineinander geschachtelten Unter-	

	Seite
körper $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2, \mathfrak{I}_3, \dots$ von \mathfrak{K} gestattet im Verein mit dem Satze Kap. 11, Nr. 5, die Potenz von \mathfrak{P} bez. w. von p festzustellen, welche in der Differentiale resp. Diskriminante von \mathfrak{K} enthalten ist	515—518
Nr. 14. Im Galoisschen Körper kann nach Minkowski das System unabhängiger Einheiten der Dirichlettschen Theorie als ein System konjugierter Einheiten gewählt werden	518—521

Anhang.

Reihenentwicklung der Zahlen.

Nr. 1. Entwicklung der Zahlen eines Körpers $K(\omega)$ mit Bezug auf eine beliebig hohe Potenz \mathfrak{P}^m eines Primideals als Modulus in Potenzreihen	522—528
Nr. 2. Grundlage der neuesten Henselschen Theorie der algebraischen Zahlen	528—532
Nr. 3. Der Abbildungskörper von $K(\omega)$ (mod. \mathfrak{P}^m)	532—536
Nr. 4. Die Verzweigungsdiskriminante; höchste darin enthaltene Potenz der dem Ideale \mathfrak{P} angehörigen Primzahl p , Verzweigungszahl	536—539
Nr. 5. Die Abbildungskörper der Konjugierten zu $K(\omega)$; sie bilden eine Anzahl Systeme konjugierter Körper	539—542
Nr. 6. Bestimmung der höchsten Potenz von p , welche in der Grundzahl von $K(\omega)$ aufgeht, mittels der den einzelnen Verzweigungsdiskriminanten entsprechenden Verzweigungszahlen	542—545

Bemerkungen	545—548
